UNIVERSIDADE DE MOGI DAS CRUZES

GUILHERME ENZO FUJIKI HAYASHI (11191100352)
GUILHERME FERNANDES DE OLIVEIRA (11211402021)
IGOR GOMES CALABREZ (11191101958)
VINICIUS CALDEIRA DA SILVA (11191102517)

ANÁLISE E COMPARATIVO PRÁTICO E TEÓRICO DE COEFICIENTE E FORÇA DE ARRASTO EM BANCADA DIDÁTICA

MOGI DAS CRUZES-SP
2023

UNIVERSIDADE DE MOGI DAS CRUZES

GUILHERME ENZO FUJIKI HAYASHI (11191100352)
GUILHERME FERNANDES DE OLIVEIRA (11211402021)
IGOR GOMES CALABREZ (11191101958)
VINICIUS CALDEIRA DA SILVA (11191102517)

ANÁLISE E COMPARATIVO PRÁTICO E TEÓRICO DE COEFICIENTE E FORÇA DE ARRASTO EM BANCADA DIDÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Universidade de Mogi das Cruzes, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.
Orientador: Dr. Juscelino Mitsuhiro Nagai

MOGI DAS CRUZES-SP
2023

RESUMO

O presente trabalho tem o propósito de analisar o coeficiente de arrasto de uma bancada didática de um canal d'água multifuncional no Laboratório de Engenharia Mecânica, campus Mogi das Cruzes, com o objetivo de estudar e analisar o coeficiente de arrasto em uma esfera submersa, a fim de a partir do experimento prático, compreender de melhor forma o conteúdo visto em sala de aula. Foram realizados cálculos analíticos e experimentos práticos para se chegar ao resultado.

Palavras-chave: coeficiente de arrasto, força de arrasto, reynolds, viscosidade, arrasto.

ABSTRACT

The present work has the purpose of analyzing the drag coefficient of a didactic bench of a multifunctional water channel in the Mechanical Engineering Laboratory, Mogi das Cruzes campus, with the objective of studying and analyzing the drag coefficient in a submerged sphere, to better understand the content seen in the classroom from the practical experiment. Analytical calculations and practical experiments were carried outto reach the result.

Keywords: drag coefficient, drag force, reynolds, viscosity, drag.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Arqueduto Pont du Gard.....10
Figura 2 – Aparato experimental de Reynolds.....11
Figura 3 – Exemplo de canal aberto: Rio Amazonas.....14
Figura 4 - Seções de escoamento.....15
Figura 5 - Velocidade do Fluido.....16
Figura 6 - Diâmetro Hidráulico para cada seção 17
Figura 7 - Traço de tinta em Escoamento Laminar.....18
Figura 8 - Traço de tinta em Escoamento Turbulento. 19
Figura 9 - Traço de tinta em Escoamento Transitório.....19
Figura 10 - Região do canal que a esfera está submetida. 20
Figura 11 - Área frontal do tubo retangular.....23
Figura 12 - Variação do coeficiente de arrasto em relação ao Número de Reynolds (Partícula Esférica).....24
Figura 13 - Coeficientes dinâmicos para $Re>10^4$ 25
Figura 14 – Bancada didática para estudo de escoamento em canal aberto. 26
Figura 15 - Perfil estrutural do canal.....28
Figura 16 - Reservatório de Entrada, Saída e Comporta de Jusante. 29
Figura 17 - Bomba e rotâmetro.....30
Figura 18 - Botoeira.....30
Figura 19 - Croqui Esfera e Esfera Utilizada. 31
Figura 20 - Impressora Creality Ender 3 V1. 33
Figura 21 - Aferição peso esfera. 34
Figura 22 - Croqui Suporte de fixação.....35
Figura 23 - Suporte de fixação Confeccionado.....35
Figura 24 - Croqui dispositivo pendular. 36
Figura 25 - Dispositivo confeccionado.....36
Figura 26 - Experimento para Velocidade Superficial.....39
Figura 27 - Forças aplicadas a Haste.....41
Figura 28 - Diagrama de forças na haste. 42
Figura 29 - Experimento força de empuxo. 43
Figura 30 - Angulação da haste.....44
Figura 31 - Experimento força da haste. 45

Figura 32 - Esquema escoamento em canal. 46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Velocidade Superficial.....**52**
Tabela 2 - Comparativo de Velocidades.....**53**
Tabela 3 – Número de Reynolds por Tomada. **55**
Tabela 4 - Coeficiente de Arrasto por Tomada **56**
Tabela 5 - Força de Arrasto **58**

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

μ	Viscosidade Dinâmica do Fluido
a	Aceleração aplicada sobre o objeto
a	Altura da Secção
A	Área Transversal
A_{base}	Área da Base
b	Comprimento da Base
C	Coeficiente de Chezy
Cd	Coeficiente Arrasto
D	Diâmetro
D	Distância de aplicação desta força até o ponto que deseja ser estudado
Dh	Diâmetro Hidráulico
F	Força
Fb	Força na Balança
Fd	Força de Arrasto
Fd	Força de Arrasto
Fe	Força Esfera
gf	Gramas força
kgf	Kilogramas força
M	Massa do objeto
M	Torque
mN	Micronewton
N	Coeficiente de Rugosidade de Manning
N	Newton
R	Raio Hidráulico
Re	Número de Reynolds
S	Declividade do Canal
S	Declividade do Canal
Sf	Espaço Final
So	Espaço Inicial
V	Velocidade Média no canal
V(y)	Velocidade em relação a profundidade

V_{Cubo}	Volume do Cubo
V_{esfera}	Volume da Esfera
V_{furo}	Volume do Furo
Vmáx	Velocidade Máxima
Vmed	Velocidade Média
Vs	Velocidade Superficial
V_{total}	Volume Total
y	Profundidade do canal
Δ	Porcentagem que a esfera ocupa na região
Δs	Variação de Espaço
Δt	Variação de Tempo
ρ	Massa Específica do Fluido
∑Msuporte	Somatória de Momentos no suporte

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 8

1.1. Considerações iniciais 8

1.1.1 Contextualização do tema 8

1.1.2 Coeficiente de arrasto 8

1.1.3 Considerações sobre experimentos 9

1.2 Objetivos 11

1.2.1 Objetivo geral 11

1.2.2 Objetivo específico 12

1.3 Justificativa 12

1.4 Estrutura do trabalho 13

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 14

2.1 Escoamento em canal aberto 14

2.2 Comportamento dos Fluídos 15

2.3 Escoamento Interno 15

2.4 Escoamento Externo 21

2.5 Arrasto 22

2.2 Bancada didática 26

2.2.1 Aplicações da bancada de escoamento em canal aberto 27

3. MATERIAIS E MÉTODOS 28

3.1 Materiais 28

3.1.1 Especificações dos materiais da bancada 28

3.1.1.1 Canal 28

3.1.1.2 Reservatórios de entrada e saída 29

3.1.1.3 Sistema de recirculação de água 29

3.1.2 Detalhamento da Esfera 31

3.1.3 Impressora 3D 32

3.1.4 Balança digital 33

3.1.5 Suporte de fixação 34

3.1.6 Dispositivo pendular 36

3.2 Métodos 37

3.2.1 Método para o cálculo da velocidade superficial 37

3.2.2 Método para o Teste Prático 39

3.2.1.6 Método para o Cálculo de Empuxo 42

3.2.3 Método para o Cálculo do Arrasto na Haste 44

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 46
4.1 Desenvolvimentos matemáticos – Cálculos Teóricos..... 46
4.2 Desenvolvimentos matemáticos – Cálculos Práticos 59
5 CONCLUSÃO 64
REFERÊNCIAS..... 67

1 INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

1.1.1 Contextualização do tema

A utilização de bancadas didáticas em universidades, desempenha um importante papel na formação acadêmica e no desenvolvimento de pesquisas acadêmicas, porém, não são todas as instituições que dispõem desses equipamentos para os discentes.

No caso, como a universidade para a qual se destina esse trabalho, disponibiliza de laboratórios com equipamentos que permitem a aplicação de alguns experimentos, foi desenvolvido um método que possibilita, a medição do coeficiente de arrasto em uma esfera submersa, numa bancada que originalmente não suportaria tal teste. Tal estudo se demonstra importante no campo de ensino, pois confrontar a prática com a teoria sempre possibilita encontrar novas maneiras de se estudar situações do cotidiano com elementos e materiais diferentes ou disponíveis, que beneficiem a sociedade e o conhecimento em geral, como é o caso deste trabalho ao estudar a força de arrasto.

Ante o exposto, no desenvolvimento deste presente trabalho, será apresentado como foi realizado o desenvolvimento e modelagem dos métodos e equipamentos criados para a realização do experimento, e obtenção dos dados.

1.1.2 Coeficiente de arrasto

Um fenômeno fundamental que será abordado durante todo o trabalho, é o arrasto, que é visto quando um objeto se move através de um fluido, seja ele, ar ou água. O estudo do coeficiente de arrasto, é de suma importância em diversas aplicações, desde projetos para veículos, até o estudo para desenvolvimento de estruturas submersas.

Neste trabalho, será explorado o coeficiente de arrasto de uma esfera submersa, examinando os princípios fundamentais que regem esse fenômeno, os métodos de medição e cálculo, tal como as aplicações em diversos campos de estudo. O coeficiente de arrasto é uma variável da resistência que um fluido exerce sobre um

objeto em movimento, e seu estudo é essencial para otimizar o desempenho de veículos, aeronaves e embarcações.

Os experimentos que serão demonstrados, não buscam apenas fornecer uma compreensão aprofundada do coeficiente de arrasto, mas também explorar como as variações nas condições do fluido, as características da esfera e as velocidades relativas afetam esse coeficiente.

1.1.3 Considerações sobre experimentos

O início da hidráulica remonta aos primórdios das primeiras sociedades urbanas organizadas, sociedades essas, que procuravam se estabelecer em locais próximos aos cursos d'agua, visto a necessidade do uso da agua para consumo, higiene e também para atividades agrícolas, no entanto, com o crescimento dessas sociedades, e pelo fato da água se distribuir de maneira irregular, nem sempre se tinha agua disponível em quantidade suficiente para todos, com isso, a implantação das primeiras obras para condução da agua se tornou necessária, se tornando a base do que conhecemos hoje como "Engenharia Hidráulica". (BAPTISTA e COELHO, 2014).

A origem dos primeiros artefatos e estruturas para a condução de água, que formam os fundamentos daquilo que hoje chamamos de "Engenharia Hidráulica", remonta a um período entre 4.000 e 3.000 a.C., em regiões como o Egito, Iraque, Índia, Paquistão, Turquia e China. Entre os vestígios mais antigos dessas obras hidráulicas, destacam-se sistemas complexos de canais de irrigação e navegação construídos pelos Sumérios na antiga Mesopotâmia, além disso, há indícios de que os egípcios implementaram uma rede de medidas de nível d'agua do rio Nilo para monitorar o nível do rio.

Os canais de irrigação na antiga Mesopotâmia desempenharam um papel crucial no desenvolvimento da civilização e na evolução da engenharia hidráulica (BAPTISTA e COELHO, 2014). Um exemplo notável de obra hidráulica antiga é o aqueduto Pont du Gard, situado no sul da França, ilustrado na figura (1).

Figura 1 – Arqueduto Pont du Gard.



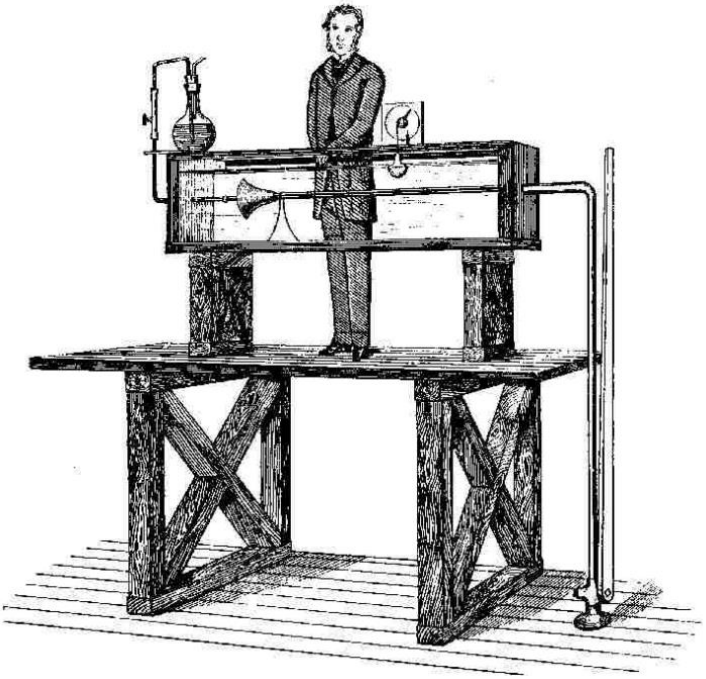
Fonte: CIVITATIS (2014)[1]**.**

Os primeiros estudos científicos relacionados a hidráulica começaram a surgir na Grécia aproximadamente no século III a.C com Arquimedes, no qual ele introduziu o conceito de empuxo. Diversos outros pesquisadores têm suas teorias como referências na área até hoje, sendo eles: Leonardo da Vinci, Evangelista Torricelli, Leonardo Euler, Daniel Bernoulli, Antoine Chezy, Louis Marie Henri Navier, William Froude, Ludwig Julius Weisbach, Orborne Reynolds, entre outros. (BAPTISTA e COELHO, 2014).

Em 1883, Osborne Reynolds, um dos principais nomes na área da mecânica dos fluidos, realizou uma experiência notável que comprovou a existência de dois tipos de escoamento: laminar e turbulento. Esse experimento pioneiro foi o marco que o tornou reconhecido na moderna mecânica dos fluidos. A experiência em questão envolveu a introdução de um corante de igual densidade à água em um tubo transparente contendo água em movimento. Através dessa técnica, Reynolds pôde observar o comportamento do fluido e, com base nisso, categorizar o fluxo como laminar ou turbulento.

[1] CIVITATIS. **Arqueduto Pont du Gard.** In: Civitatis. França, 2023. Disponível em: <https://www.civitatis.com/br/vers-pont-du-gard/ingresso-pont-gard/>
Acesso em: 4 nov. 2023.

Figura 2 – Aparato experimental de Reynolds.



Fonte: Manchester School of Engineer - Prof. J.D. Jackson (1995)[2].

Foi por meio de uma bancada que Reynolds pôde observar o comportamento do fluido. Isso ressalta a notável relevância das bancadas para impulsionar a pesquisa e explorar novas descobertas. A compreensão dos fenômenos hidráulicos desempenha um papel fundamental na aquisição de conhecimento, e o laboratório oferece aos alunos a oportunidade de conectar o que é aprendido na teoria com experiências práticas, transformando assim a teoria em algo tangível para os estudantes.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Estudar e analisar o coeficiente e força de arrasto em uma esfera submersa, a fim de a partir do experimento prático, confrontar os dados encontrados com os

[2] JACKSON,J.D; THE REYNOLDS NUMBER. In: Manchester School of Engineer. Inglaterra, 2008. Disponível em: < https://personalpages.manchester.ac.uk/staff/jdjackson/9%20The%20Reynolds%20number%20revised.pdf>. Acesso em: 4 nov. 2023.

resultados teóricos.

Demonstrar o desenvolvimento matemático usado para encontrar os valores, e a partir dos dados obtidos nos experimentos, fazer um comparativo da força de arrasto entre os cálculos teóricos, e o que foi obtido na experimentação.

1.2.2 Objetivo específico

- Fazer análise aprofundada do coeficiente e força de arrasto através da prática.
- Verificar, a partir da experimentação, os resultados e compará-los com a teoria.
- Analisar variáveis que podem afetar os resultados.

1.3 Justificativa

Na área de engenharia, a importância da teoria permeia todas as disciplinas, desempenhando um papel incalculável na formação do estudante como futuro profissional. Tal teoria é transmitida para o aluno através do conhecimento do professor por meio da transmissão de conceitos, observação de fenômenos e exploração de teoria.

A ausência de laboratórios bem equipados nos cursos de engenharia frequentemente restringe a experiência prática no estudo das disciplinas, o que, por sua vez, pode prejudicar a compreensão completa do conteúdo e de suas aplicações reais. Um estudante que ganha experiência prática na universidade, desenvolvendo soluções para desafios reais, estará mais preparado para resolver problemas quando ingressar na área profissional.

Uma das principais fontes à disposição para adquirir conhecimento prático reside nas bancadas didáticas. O uso dessas bancadas pode significativamente aprimorar o nível de aprendizado dos estudantes. No entanto, é importante ressaltar que o custo comercial associado a essas bancadas frequentemente é substancial, tornando sua aquisição proibitiva em muitos casos. Portanto, frequentemente, quando os alunos se empenham em projetar e construir suas próprias bancadas didáticas como parte de seus trabalhos de conclusão de curso, isso se torna uma alternativa mais viável e atrativa para a instituição de ensino.

Uma vez que o laboratório de mecânica (LABMEC) já dispõe de uma bancada didática para experimentos de escoamento de canal aberto, e com o intuito de comparar a prática com o teórico, é realizado o uso da bancada para abordar o estudo prático do coeficiente e força de arrasto. Esse tema é de grande importância para a engenharia, uma vez que, por meio desse coeficiente, é possível desenvolver soluções para uma ampla variedade de fenômenos que afetam o comportamento de objetos em diferentes situações.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está divido em capítulos, conforme mostrado abaixo:

- Seção 1: Oferece uma visão preliminar sobre o estudo da hidráulica, os objetivos gerais e específicos relacionados à concepção da bancada de ensino dedicada à análise de fluxo em canais abertos, juntamente a justificativa do projeto.
- Seção 2: Fornece uma explicação geral acerca do escoamento em canal aberto, uma introdução à relevância das bancadas didáticas no processo de aprendizagem, uma análise do modelo atualmente disponível no mercado para bancadas de estudo de escoamento em canal aberto e suas aplicações.
- Seção 3: Fornece o detalhamento dos materiais da bancada, o detalhamento da bomba e da esfera utilizada para o experimento, além de fornecer o detalhamento dos equipamentos de fixação, além disso, onde será toda a descrição dos métodos utilizados para o cálculo da velocidade superficial, do meio, e será descrito também os métodos para calcular o coeficiente de arrasto de forma prática.
- Seção 4: A fundamentação matemática utilizada para o desenvolvimento do experimento, além de oferecer a análise quanto ao desenvolvimento prático do experimento e a análise teórica.
- Seção 5: Neste capítulo são apresentadas as considerações finais referentes ao resultado obtido.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Escoamento em canal aberto

O escoamento em canais abertos é caracterizado pela presença de uma superfície livre, ou seja, está sujeita a pressão atmosférica. (BAPTISTA e COELHO, 2014). Em um escoamento em um canal aberto a força de acionamento é a gravidade, já o escoamento em tubos é induzido por uma diferença de pressão. De acordo com a obra de Donald F. Elger (2019), o escoamento de água em canais abertos pode ser observado em aquedutos, rios, calhas, valas de irrigação, entre outros.

O escoamento em um canal aberto é classificado como uniforme ou não uniforme, escoamento uniforme significa que a velocidade é constante ao longo de uma linha de corrente, o que no caso de um escoamento em canal aberto significa que a profundidade e a seção transversal são constantes ao longo do percurso. No escoamento não uniforme, a velocidade varia de seção para seção ao longo do canal, sendo observadas variações na profundidade. A variação na velocidade pode ser por causa de uma mudança na configuração do canal, tal como uma curva, uma mudança na forma da seção transversal ou uma mudança na declividade. (ELGER, 2019).

Na figura (3) é mostrado um exemplo de escoamento em canal aberto.

Figura 3 – Exemplo de canal aberto: Rio Amazonas.



Fonte: PALMER (2023)[3].

[3] PALMER, Neil. **Rio Amazonas.** In: Globo Rural. Amazonas, 2023. Disponível em: <https://globorural.globo.com/especiais/noticia/2023/06/maior-rio-do-mundo-8-recordes-surpreendentes-do-rio-amazonas.ghtml>. Acesso em: 4 nov. 2023.

2.2 Comportamento dos Fluídos

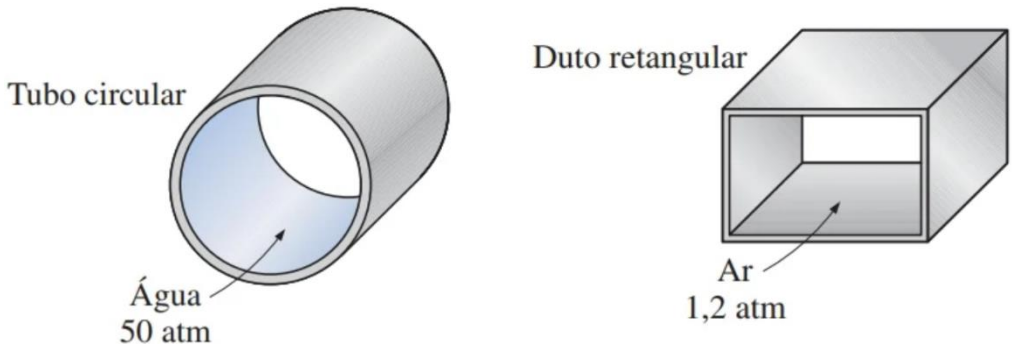
O escoamento dos fluidos pode ser caracterizado como interno e externo, isto vai depender se o fluido escoará sobre uma superfície ou dentro de alguma tubulação / duto.

Para o escoamento interno ainda é importante salientar que ele deverá ser compreendido por preenchimento total do duto no qual o fluido escoa. O escoamento acontece primeiramente pela diferença de pressão presente no duto. Caso o duto fosse parcialmente preenchido pelo fluido, tratar-se-ia de um escoamento em canal aberto, onde o fluido é impulsionado única e exclusivamente pela gravidade.

2.3 Escoamento Interno

Um fluido que preenche por inteiro algum duto, tubo ou conduto, está trabalhando sob o regimento de escoamento interno. Este escoamento acontece devido a diferença de pressão presente entre a entrada e saída do tubo. A perda de carga e a perda de pressão que acontece durante este escoamento, está diretamente ligada ao atrito. Tal queda de pressão é importante pois será a partir dela que se determinará a potência de bombeamento necessária.

Figura 4 - Seções de escoamento.



Fonte: Çengel e CIMBALA (2012, p. 348)

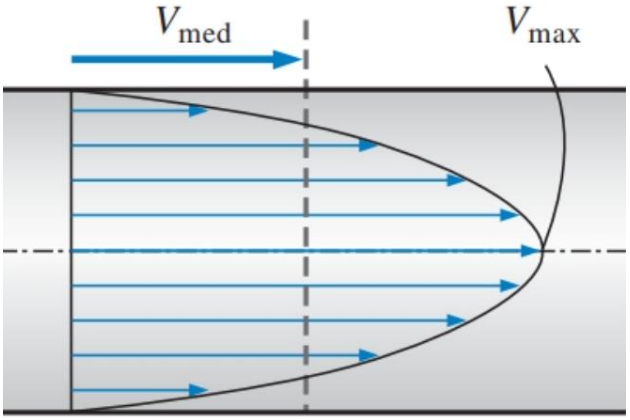
Podemos ter vários tipos de dutos (seção transversal não circular) e tubos (seção transversal circular). Para líquidos (caso de estudo deste trabalho) em sua maioria, são transportados por tubos circulares, pois podem suportar um grande nível

de pressão entre interior e exterior, sem sofrer grandes deformações e distorções (aqui tem-se a diferença para o trabalho, já que o duto no qual está sendo realizado os testes é retangular).

A velocidade do fluido dentro de um tubo irá variar de zero na superfície, devido ao atrito, pois neste caso entra a condição de não escorregamento, até a velocidade máxima do fluido que se encontra no centro do tubo/duto.

A velocidade média é definida como a média em toda uma seção transversal. Para o Escoamento em tubo laminar completamente desenvolvido, é metade da velocidade máxima.

Figura 5 - Velocidade do Fluido.



Fonte: Çengel e CIMBALA (2012, p. 348)

Tratando-se de escoamento interno, haverá 3 pontos a serem analisados: escoamento laminar, escoamento de transição e escoamento turbulento.

O escoamento laminar é caracterizado por movimentos altamente ordenados, linhas suaves de correntes, já um escoamento turbulento é caracterizado por um movimento altamente desordenado com variações / flutuações de velocidades. Claro que, existe um trecho que divide os escoamentos, entre laminar e turbulento, tal trecho é o chamado trecho de escoamento de transição, onde, de maneira aleatória, podemos ter seções laminares e logo em seguida turbulento.

Na prática, a maioria dos escoamentos encontrados são os turbulentos, sendo reservado o escoamento laminar, mas não unicamente para fluidos altamente viscosos como óleos que escoam em pequenos dutos, ou fluidos que se deslocam a uma baixa velocidade.

Para a determinação do tipo de um escoamento, se ele será turbulento ou laminar, precisamos estudar o número de Reynolds. Reynolds avalia esta transição por meio da geometria do duto / tubulação, rugosidade da superfície, da velocidade de escoamento, entre outros parâmetros.

O número de Reynolds (unidade adimensional), estudado originalmente por Osborne Reynolds, no século XIX, traz que para um tubo circular tem basicamente uma razão entre forças inerciais e forças viscosas, sendo assim, calcula-se por meio de:

$$Re = \frac{Forças\ Inerciais}{Forças\ Viscosas} = \frac{Vméd\ .\ \rho.Dh}{\mu}$$

onde, tem-se:

- Vmed = Velocidade média (m/s);
- Dh = diâmetro hidráulico (m);
- μ = viscosidade dinâmica do fluido;
- ρ = massa específica do fluido;

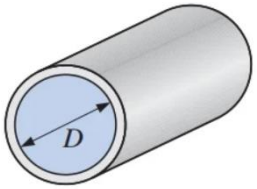
O número de Reynolds, quando esta passa de laminar para turbulento, ou seja, quando ele começa a se transformar em um escoamento turbulento (escoamento transitório) é chamado de Reynolds Crítico, este número vai variar de geometria para geometria da tubulação. O que interfere na fórmula, é exatamente o diâmetro hidráulico, onde cada geometria terá o seu modelo de cálculo de diâmetro hidráulico. Para uma geometria circular, o número crítico de Reynolds é 2300. Um exemplo que se pode citar de diferenciação de diâmetro hidráulico é para uma seção transversal de um tubo quadrangular, onde, se cada lado tiver tamanho a:

- $Dh = \frac{4a}{P}$
  - Sendo P o perímetro molhado.

Figura 6 - Diâmetro Hidráulico para cada seção

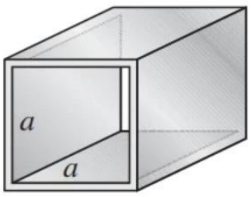
Tubo circular:

$$D_h = \frac{4\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}{\pi D} = D$$



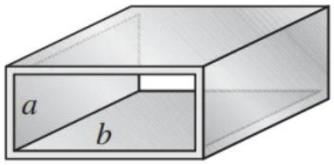
Tubo quadrado:

$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$



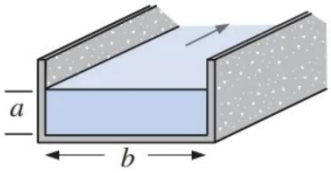
Tubo retangular:

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$



Canal:

$$D_h = \frac{4ab}{2a+b}$$



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2012, p.350)

Segundo Çengel e Cimbala (2012, p.350), para um sistema de tubulação circular (tubo), onde é considerado L=Dh, ou seja, sendo L o comprimento do tubo e Dh o diâmetro hidráulico, tem-se:

- 2300 < Re = Escoamento Laminar
- 2300 < Re < 4000 = Escoamento Transitório
- 4000 > Re = Escoamento Turbulento

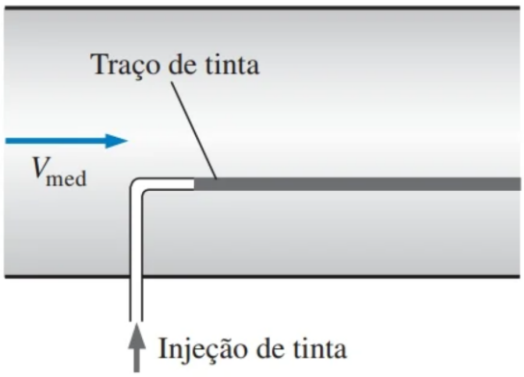
Já para canais, tem-se:

- 500 < Re = Escoamento Laminar
- 500 < Re < 2000 = Escoamento Transitório
- 2000 > Re = Escoamento Turbulento

Imagens dos tipos de escoamento:

- Escoamento Laminar:

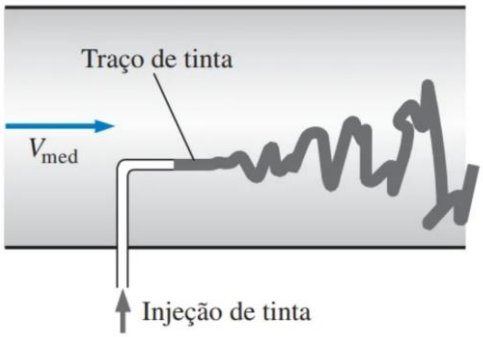
Figura 7 - Traço de tinta em Escoamento Laminar.



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2012, p. 349)

- Escoamento Turbulento:

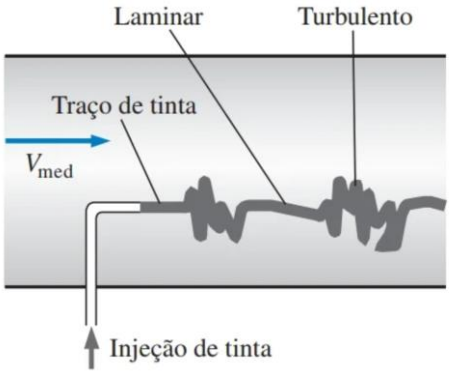
Figura 8 - Traço de tinta em Escoamento Turbulento.



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2012, p. 349)

- Escoamento Transitório:

Figura 9 - Traço de tinta em Escoamento Transitório.



Fonte: ÇENGEL e CIMBALA (2012, p. 351)

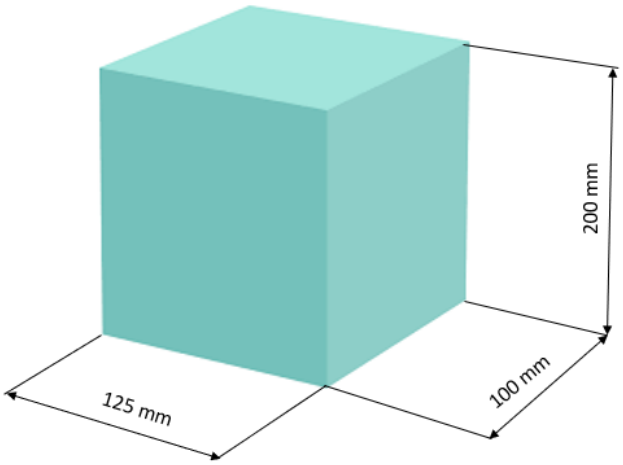
Quando o valor de Re é muito baixo (geralmente abaixo de cerca de 2000), isso indica que o escoamento é laminar, e a camada limite viscosa é importante. Nessas situações, a viscosidade da esfera (material estudado) deve ser usada para calcular a força de arrasto com maior precisão, levando em consideração a influência da viscosidade do objeto no escoamento.

Portanto, se você está trabalhando com esferas muito pequenas e em velocidades muito baixas, é apropriado considerar a viscosidade da esfera em seus cálculos. No entanto, em muitos casos com esferas de tamanho razoável em velocidades típicas, a viscosidade da água é suficiente para calcular o número de Reynolds e determinar se o escoamento é laminar ou turbulento, ou seja, a

viscosidade da esfera deve ser usada quando o número de Reynolds (Re) é muito baixo, o que indica que as forças viscosas dominam as forças inerciais no escoamento.

É necessário realizar o cálculo do volume, que a esfera ocupa no canal, na região que será posicionada no canal. Sendo assim, será utilizado os seguintes parâmetros:

Figura 10 - Região do canal que a esfera está submetida.



Fonte: Autoria própria.

Na sessão de materiais foi descrito que a esfera de testes, possui um diâmetro de 100mm e seu volume é equivalente a:

$$V_{Esfera} \cong 523{,}598\ cm^3$$

Já para a o Cubo, proporcional à área que a esfera ocupará, terá o seguinte volume:

$$A_{base}. = 12{,}5\ .\ 10$$

$$A_{base}. = 125\ cm^2$$

$$V_{Cubo} = A_{base}.\ h$$

$$V_{Cubo} = 125\ .\ 20$$

$$V_{Cubo} = 2500\ cm^2$$

Logo, a esfera ocupa uma região de:

$$\Delta = \frac{V_{esfera}}{V_{Cubo}} = \frac{523{,}598}{2500}\ .100 = 20{,}949\%$$

Ou seja, a esfera ocupa um volume de aproximadamente 21% do volume total do canal ao qual está inserida. Um valor expressivo, já que, como será possível ver mais adiante, o regime se encontra em um estado turbulento.

2.4 Escoamento Externo

O escoamento de um fluido sobre corpos sólidos está acontecendo a todo momento. É o escoamento responsável pela força de arrasto em todos os tipos de automóveis, sustentação desenvolvida nas asas de avião ou pássaro. Portanto, é comum que fluidos se movam sobre corpos estacionários (ventos sobre prédios, água de rio sobre pedras, entre outros), como é o caso do que está sendo estudado neste trabalho, ou seja, um fluido (água), move-se sobre um corpo esférico. Porém este não é o caso exclusivo, pode haver casos em que o corpo se move através de um fluido (que pode estar por sua vez, parado ou em movimento, porém este movimento é suave com relação ao movimento do objeto), podemos citar como exemplo aqui um carro que se move contra o vento, um peixe ou submarino que se move no fundo do mar, entre outros.

Para o escoamento externo, há uma ligação entre velocidade do fluido e tipo / formato do corpo a ser estudado. A velocidade do fluido por sua vez varia de zero (fluido na superfície, onde adota-se que não há escorregamento), até o valor da corrente de fluido livre (onde não há mais interferência da superfície do corpo estudado).

A forma do corpo está intimamente ligada à velocidade do fluido. A partir desta observação, tem-se alguns parâmetros de escoamento que segundo Çengel e Cimbala (2012, p.350) pode-se citar:

- Escoamento Bidimensional:

→ Seção transversal do corpo constante, com um comprimento muito longo e o fluido possui escoamento com relação ao corpo (vento soprando sobre um poste perpendicular ao seu eixo);

- Escoamento Axissimétrico:

→ A velocidade varia com a distância axial (distância paralela a x) e a distância radial (uma bala ao ser atirada).

- Escoamento Tridimensional:

→ Escoamento comum a corpos que não podem ser modelados como bidimensionais ou axissimétricos (escoamento sobre um submarino, carro, avião, entre outros).

Para finalizar, pode-se obter ainda escoamento incompressível e compressível. Efeitos de compressibilidade são desprezíveis para baixas velocidades, então um escoamento incompressível pode ser comparado a um escoamento sobre uma pessoa em sua bicicleta, ou o próprio caso que está sendo estudado neste trabalho, onde a água se move a uma baixa velocidade perante o corpo esférico. Já para o caso de escoamento compressível, temos um escoamento sobre um avião, onde este se moverá a altas velocidades.

2.5 Arrasto

Arrasto nada mais é que a força causada por um fluído em movimento pode exercer em um corpo, no caso deste trabalho, o escoamento de água no canal, proporcionará uma força de arrasto em cima do corpo esférico (material a ser estudado), na direção de escoamento do fluido. Existem alguns meios de se medir esta força de arrasto.

No caso do trabalho, utilizaremos na parte prática, uma haste fixada a bolinha com livre movimento horizontal, que entrará em contato com uma balança calculando assim a força massa (kgf), no qual previamente será feito alguns cálculos para se desconsiderar o arrasto propiciado por esta haste (a finalidade é calcular o arrasto apenas em um corpo esférico) e pelo empuxo causado pela esfera (como será mostrado adiante).

Este estudo é importante, pois o arrasto é um fator no qual pode-se ou não desejar nos equipamentos produzidos, sejam eles carros, aviões, embarcações, entre outros. O fator de arrasto está ligado diretamente com o consumo de combustível e o desempenho dinâmico (seja fluído ou aéreo). Assim também como está ligado às pastilhas de freios (o que proporciona uma maior segurança e eficiência em frenagens de equipamentos ou veículos), ou a própria sustentação em aeronaves ou paraquedas.

As forças de arrasto dependem da velocidade a montante, do tamanho, posicionamento e geometria do corpo, assim como da densidade do fluído ou do corpo, entre outros parâmetros. Como trabalhar com tais parâmetros torna o estudo

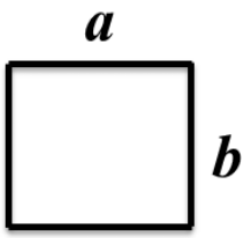
muito amplo, difícil e de enorme variabilidade, adota-se o coeficiente de arrasto que pode ser definido, segundo Çengel e Cimbala (2012, p.614) por:

Ca = Cd (d significa drag, traduzindo, arrasto):

$$Cd = \frac{2.Fd}{\rho V^2 A}$$

- A é a área frontal que está projetada sobre um plano normal, com relação ao escoamento;
  - Ex.: a área frontal de um tubo retangular de altura b e comprimento a pode ser dada por: A = a*b:

Figura 11 - Área frontal do tubo retangular.



Fonte: Autoria própria.

- Fd é exatamente a força de arrasto na qual o corpo está submetido;
- ½ pV² é a pressão dinâmica.

O coeficiente de arrasto é uma função da forma do corpo que está sendo estudado, porém, não exclusivamente, podem depender também do número de Reynolds e da rugosidade da superfície do objeto.

Focalizando o coeficiente de arrasto na geometria que será utilizada neste trabalho (esfera), os estudos serão baseados em cima da lei de Stokes, tal nome é dado em homenagem ao matemático e físico George Gabriel Stokes, Irlândes.

Segundo o artigo de Groodarz Ahmadi (2005) sobre Hydrodynamic Forces, tem-se:

Para um regime de escoamento lento (com Re < 0,5) também conhecido como regime de Stokes, onde coloca-se um corpo esférico no fluído que está sendo estudado, obtém-se as seguintes força de arrasto (Fd) e um coeficiente de atrito (Cd):

$Fd = 3.\pi.\mu.V.d$;

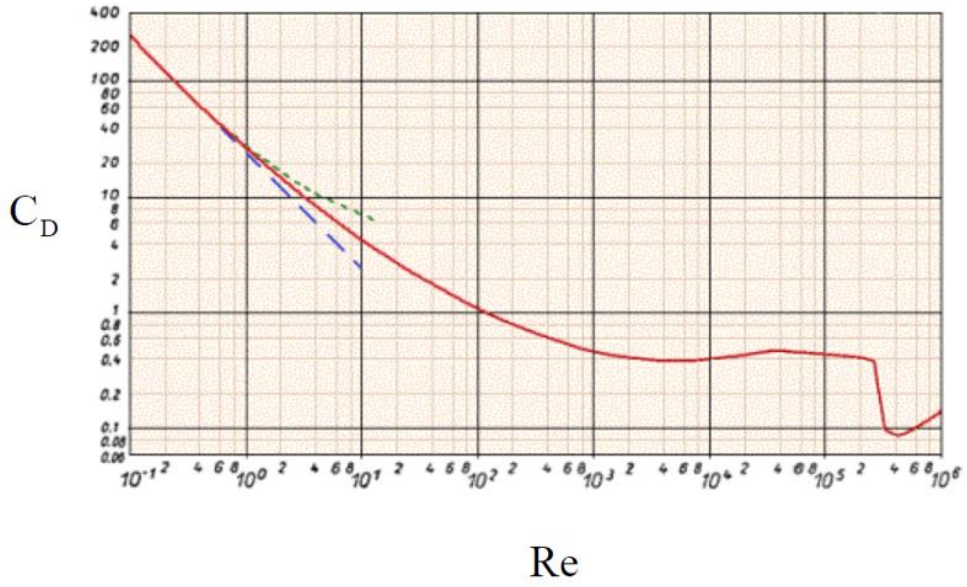
$$Cd = \frac{2.Fd}{\rho V^2 A} = \frac{24}{Re}$$

Sendo:

- A = área transversal = $\frac{\pi * d^2}{4}$

Como mostra a imagem a seguir, capturada no artigo Hydrodynamic Forces, da Universidade de Clarkson, a variação do coeficiente de arrasto em relação ao número de Reynolds para uma partícula esférica:

Figura 12 - Variação do coeficiente de arrasto em relação ao Número de Reynolds (Partícula Esférica).



Fonte: Dr. Goodarz Ahmadi (2005).

Está mesma equação de coeficiente de arrasto expressa por Stokes, foi refeita tendo a inclusão do efeito de inércia aproximado, gerando:

$$Cd = \frac{24.[1 + 3.\frac{Re}{16}]}{Re}$$

Este efeito de inércia é responsável por aumentar o coeficiente de arrasto para um mesmo número de Reynolds.

Agora, para um regime laminar, onde 1 < Re < 1000, será utilizado a seguinte expressão:

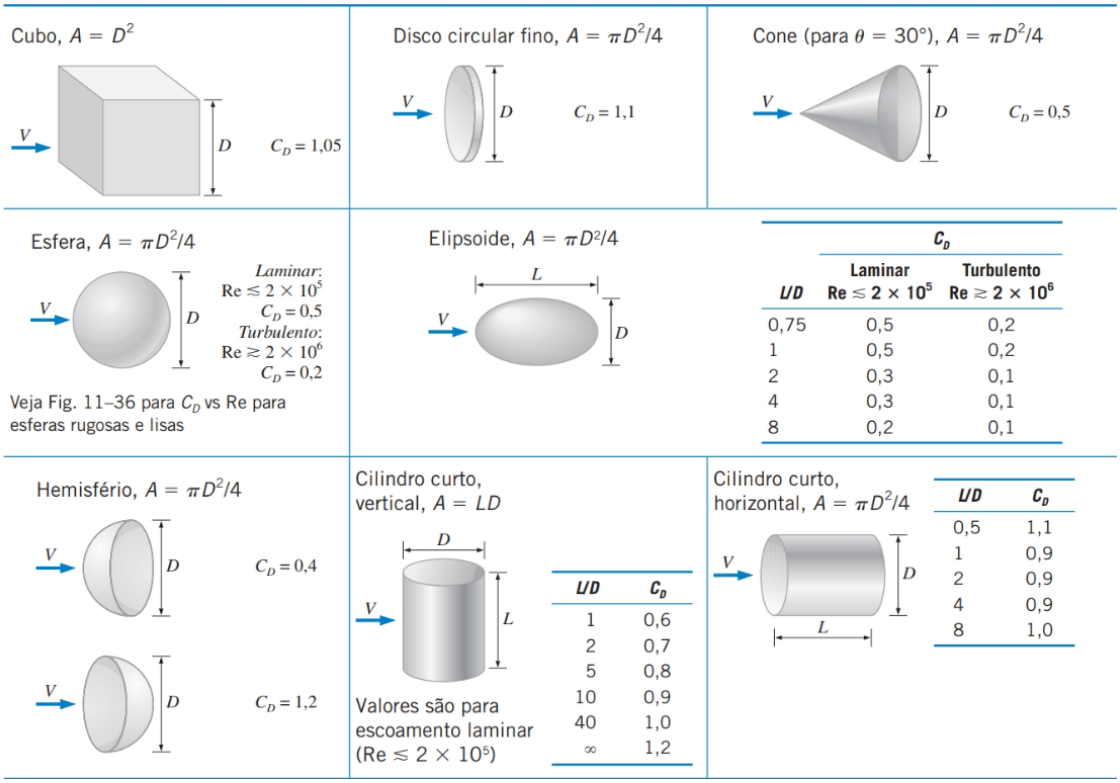
$$Cd = \frac{24.[1 + 0{,}15.Re^{0{,}687}]}{Re}$$

Os maiores estudos sendo realizados no momento sobre coeficiente de arrasto e Reynolds atualmente, é exatamente sobre as condições nas quais o escoamento é transitório. Tal motivo, é a variação constante entre um regime laminar e turbulento.

Para a região de escoamento turbulento, 1000 > Re, constata-se um decaimento no coeficiente de arrasto, deixando o valor aproximadamente constante. Tal constante será 0,4 segundo Groodarz Ahmadi (2005), e 0,2 segundo Çengel e Cimbala (2012, p.614).

A partir do livro do Mecânica dos Fluidos de Çengel Yanus e John M. Cimbala (2012), temos a figura abaixo, onde teremos vários coeficientes dinâmicos representativos para Re>10^4:

Figura 13 - Coeficientes dinâmicos para Re>10^4



L/D	C_D Laminar Re ≲ 2×10^5	C_D Turbulento Re ≳ 2×10^6
0,75	0,5	0,2
1	0,5	0,2
2	0,3	0,1
4	0,3	0,1
8	0,2	0,1

L/D	C_D
1	0,6
2	0,7
5	0,8
10	0,9
40	1,0
∞	1,2

L/D	C_D
0,5	1,1
1	0,9
2	0,9
4	0,9
8	1,0

Fonte: Çengel e CIMBALA (2012, p. 620)

Portanto, até o momento, é possível perceber que a força de arrasto em um corpo esférico é um problema fluidodinâmico que será amplamente utilizado para estudar outras situações, em casos industriais, militares, práticos do dia a dia, entre outros. Serve de base para que seja possível enxergar a fundo problemas como

redução de consumo de combustíveis e melhoras hidrodinâmicas que fazem com que corpos possuem uma menor interferência com relação a corrente proposta. Para isto, será necessário interligar alguns fatores, como Reynolds e o coeficiente de arrasto, onde se conseguirá fazer um link entre um regime (turbulento, laminar ou de transição), com o coeficiente de arrasto necessário para solução do problema.

2.2 Bancada didática

A bancada didática, pode ser utilizada como um instrumento de auxílio ao conhecimento, pois permite a realização de experimentos, e verifica na prática, a teoria vista em sala de aula. A abordagem do conhecimento através do uso de bancadas, vai além da forma tradicional de aprendizagem em sala, permitindo que através de experimentos reais, haja uma melhor construção de conhecimento.

Neste caso, está sendo utilizado o modelo “XL06”, da marca “LABTRIX”, trata se de uma bancada de canal aberto para o estudo de escoamento de água com superfície livre. Segundo a fabricante através do seu canal construído com material transparente, é possível visualizar o escoamento, acidentes e dispositivos hidráulico, como mostra a figura (14) abaixo:

Figura 14 – Bancada didática para estudo de escoamento em canal aberto.



Fonte: LABTRIX (2016)

2.2.1 Aplicações da bancada de escoamento em canal aberto

De acordo com a fabricante do equipamento LABTRIX (2016), com este modelo de bancada é possível realizar alguns fenômenos hidráulicos, tais como:

- Conservação da energia específica

- Descarga livre;
- Descarga afogada

- Regime de escoamento

- Subcrítico;
- Crítico;
- Supercrítico;
- Ressalto Hidráulico

- Vertedores de parede delgada

- Triangular;
- Retangular;
- Trapezoidal;

- Vertedores de parede espessa

- Borda com canto arredondado;
- Borda com canto vivo;

- Medida de velocidade

-Tubo de Pitot;
- Levantamento do perfil de velocidades

Observadas os diferentes experimentos que essa bancada pode proporcionar, é seguro dizer a sua enorme aplicabilidade prática. Ampliando e consolidando a parte teórica, vista em sala de aula.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Materiais

3.1.1 Especificações dos materiais da bancada

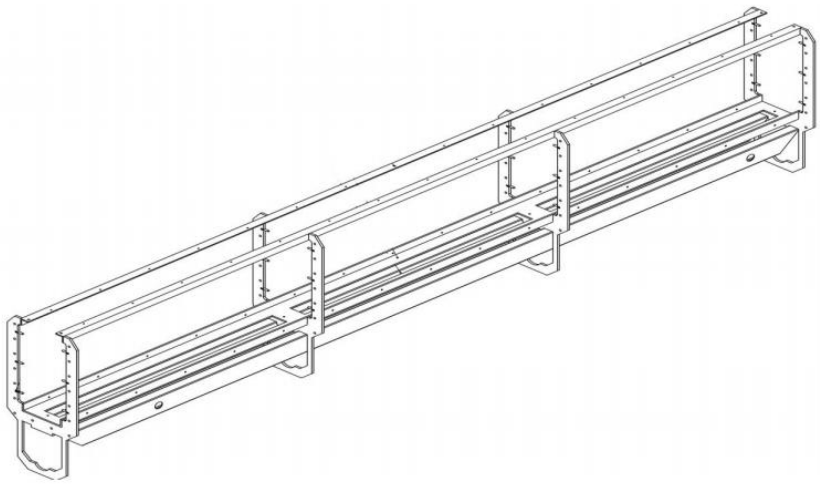
A bancada didática, cujo modelo é o CANAL ABERTO XL06, é composta pelos seguintes elementos:

- Canal
- Unidade de bombeamento
- Instrumentos de medição
- Réguas

3.1.1.1 Canal

O canal é o principal dispositivo do equipamento, ele é construído em caixas de entrada e saída em acrílico cristal 10mm, reservatório principal em polímero e paredes laterais em vidro temperado 10mm de espessura, 2,5m de comprimento e 350mm de altura (LABTRIX, 2016, p.7). Abaixo, na figura (15), temos o perfil estrutural do canal:

Figura 15 - Perfil estrutural do canal.



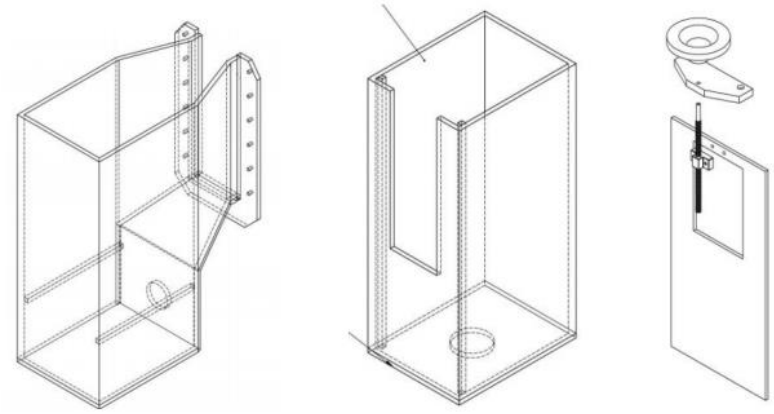
Fonte: LABTRIX (2016)

3.1.1.2 Reservatórios de entrada e saída

Para a construção dos reservatórios de entrada e de saída, foi utilizado acrílico transparente de 10 mm de espessura. O reservatório de entrada foi projetado com geometria adequada para que as ondas transversais e turbulências na entrada do canal fossem reduzidas.

O reservatório de saída tem uma comporta de janela acoplada que proporciona uma secção de controle na saída do canal. Esta comporta é útil para definir os regimes de escoamento no canal e a formação de ressaltos e é ajustada por uma rosca de fácil acionamento, conforme podemos observar na figura (16):

Figura 16 - Reservatório de Entrada, Saída e Comporta de Jusante.



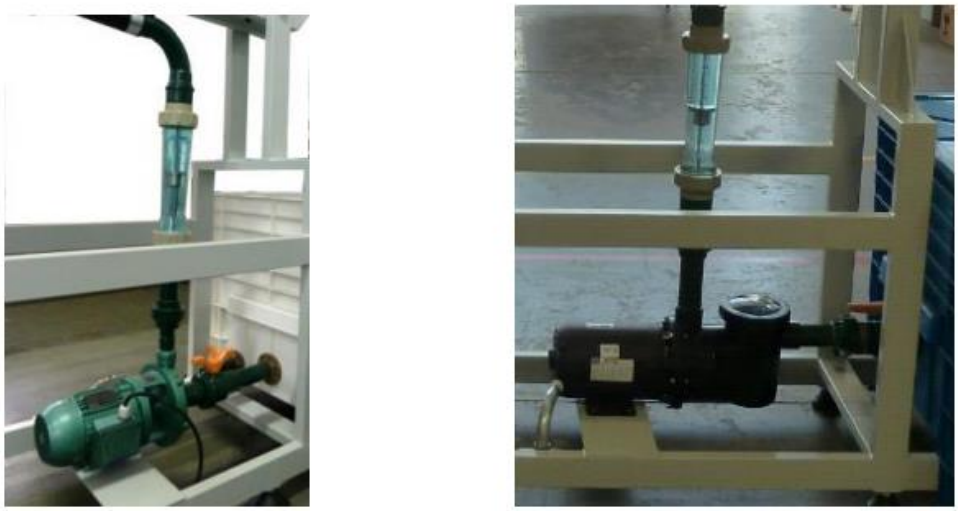
Fonte: LABTRIX (2016,p.11)

3.1.1.3 Sistema de recirculação de água

O sistema de recirculação é formado por uma bomba centrífuga com acionamento a velocidade variável, um reservatório principal ("bulk"), um rotâmetro e válvulas acessórias.

Os acionamentos elétricos de velocidade da bomba e inclinação são acessíveis por uma botoeira pendente. Os controles disponíveis são um botão de emergência, habilitar inversor, sinaleiro de inversor habilitado, ajuste de vazão, habilitar declividade, sobe e desce.

Figura 17 - Bomba e rotâmetro.



Fonte: LABTRIX (2016)

Figura 18 - Botoeira.



Fonte: LABTRIX (2016)

A bomba é centrifuga trifásica de 1CV, possui controle por comando eletrônico disposto em botoeira pendente, além de possuir acionamento com inversor de frequência para ajuste da vazão. O reservatório principal é feito em polímero e sua capacidade é de 190 litros, sendo toda tubulação feita em PVC (LABTRIX, 2016,p.12).

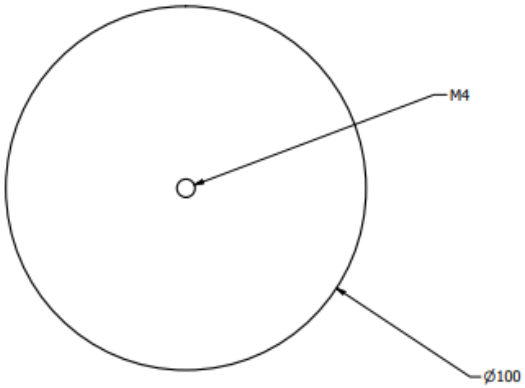
3.1.2 Detalhamento da Esfera

A esfera utilizada foi modelada com auxílio do software Autodesk Inventor Professional 2024, sendo feito um furo na lateral, a fim de realizar as devidas fixações para simulação.

A impressão 3D foi utilizada para a confecção deste objeto. No momento da impressão a esfera foi posicionada na mesa de impressão a fim de priorizar um melhor acabamento na face inversa ao furo, visto que será o local onde ocorrerá as devidas simulações.

Com o propósito de facilitar as medições de propriedades como a velocidade e força de arrasto, foi dimensionado o diâmetro da esfera de 100mm, com um furo para a entrada da haste de aproximadamente 4mm, de forma que não interfira na medição.

Figura 19 - Croqui Esfera e Esfera Utilizada.



(DIMENSÕES EM MM)



Esfera após a impressão via impressora 3D.

Fonte: Autoria própria.

Posteriormente, no momento do experimento, este furo será posicionado de forma contrária ao fluxo de água do tanque.

Sabendo que o material impresso é o ABS, que possui uma densidade de 1,04g/cm³ conforme especificação do fabricante do filamento (3DLAB)

VOLUME DA ESFERA:

$$Vesfera = 43 \times r3$$

$$Vesfera = 43 \times 53$$

$$VEsfera \cong 523{,}598\ cm3$$

Vfuro= r2 x h

Vfuro= 12 x 5

Vfuro≅15,708 cm3

Vtotal= Vesfera-Vfuro

Vtotal=523,598-15,708

Vtotal≅507,89 cm3

O preenchimento utilizado foi de 20%, reduzindo assim, de forma significativa a massa do corpo estudado. Sendo então:

$$Massa = 0{,}20\ x\ Densidade\ x\ Volume$$

$$Massa = 0{,}20\ x\ 1{,}04\ x\ 507{,}89$$

$$Massa \cong 105{,}64112\ gramas$$

A fim de diminuirmos a força de empuxo nas medições posteriores, foi feito um pequeno furo em uma das extremidades da esfera, de forma que, possibilite a entrada de água a esfera, aumentando assim a sua massa.

3.1.3 Impressora 3D

A impressão 3D mudou a forma de fabricação de objetos, a também chamada de “técnica de fabricação aditiva” ou Fused Deposition Modeling (FDM), funciona seguindo o princípio de adição de camadas sobrepostas.

O bico de impressão é aquecido, e com o filamento injetado inicia-se a impressão. O filamento normalmente fica enrolado em uma bobina, de forma que é puxado com base o andamento da impressão.

Assim que o bico é aquecido, que se caracteriza pelo eixo Z, desce até chegar próximo a base de impressão, e por meio de coordenadas cartesianas que são geradas a partir do desenho 3D, inicia-se a impressão, movimentando assim a mesa em Y, e o bico em X e Z D (3DLAB, 2020).

O modelo de impressora utilizado para impressão dos modelos deste trabalho foi a Creality Ender 3 V1, utilizando um bico de 0.4mm, com alturas entre as camadas de 0.12mm, e Preenchimento de 20% (Quando aplicável) garantindo assim uma maior resistência mecânica.

Figura 20 - Impressora Creality Ender 3 V1.



Fonte: Creality (2020)[4]

3.1.4 Balança digital

Balança é, segundo o dicionário Michaellis, um instrumento utilizado para determinar o peso dos corpos em relação a certa unidade (quilograma, libra etc.) (BALANÇA, 2023)[5] no caso estudado, a balança terá a função de determinar a força gerada pelo arrasto da água em relação a esfera estudada.

Através de um equilíbrio de forças, a balança busca igualar-se a força peso aplicada, e o valor para tal é indicado, no caso da balança estudada, em quilogramas. Este valor encontrado, aplicando a segunda lei de newton F = m x g, encontra-se o valor da força.

Utilizando-a, foi aferido o peso da esfera já preenchida internamente também com água.

[4] ENDER 3 3D PRINTER. **Ender-3 Classic DIY 3D Printer Best-Value-for-Money.** In: Creality. Shenzhen, China, 2023. Disponível em: <https://www.creality.com/products/ender-3-3d-printer>. Acesso em: 4 nov. 2023.
[5] BALANÇA. **Definição de balança**. In: Dicionário. São Paulo, 2023. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/balan%C3%A7a/>. Acesso em: 4 nov. 2023.

Figura 21 - Aferição peso esfera.



Fonte: Autoria própria.

3.1.5 Suporte de fixação

Com o objetivo de fixar a balança de forma que o contato da haste se venha de forma perpendicular, o suporte foi confeccionado de madeira MDF (6mm), justamente por ter uma facilidade de manuseio e de baixo custo para o projeto.

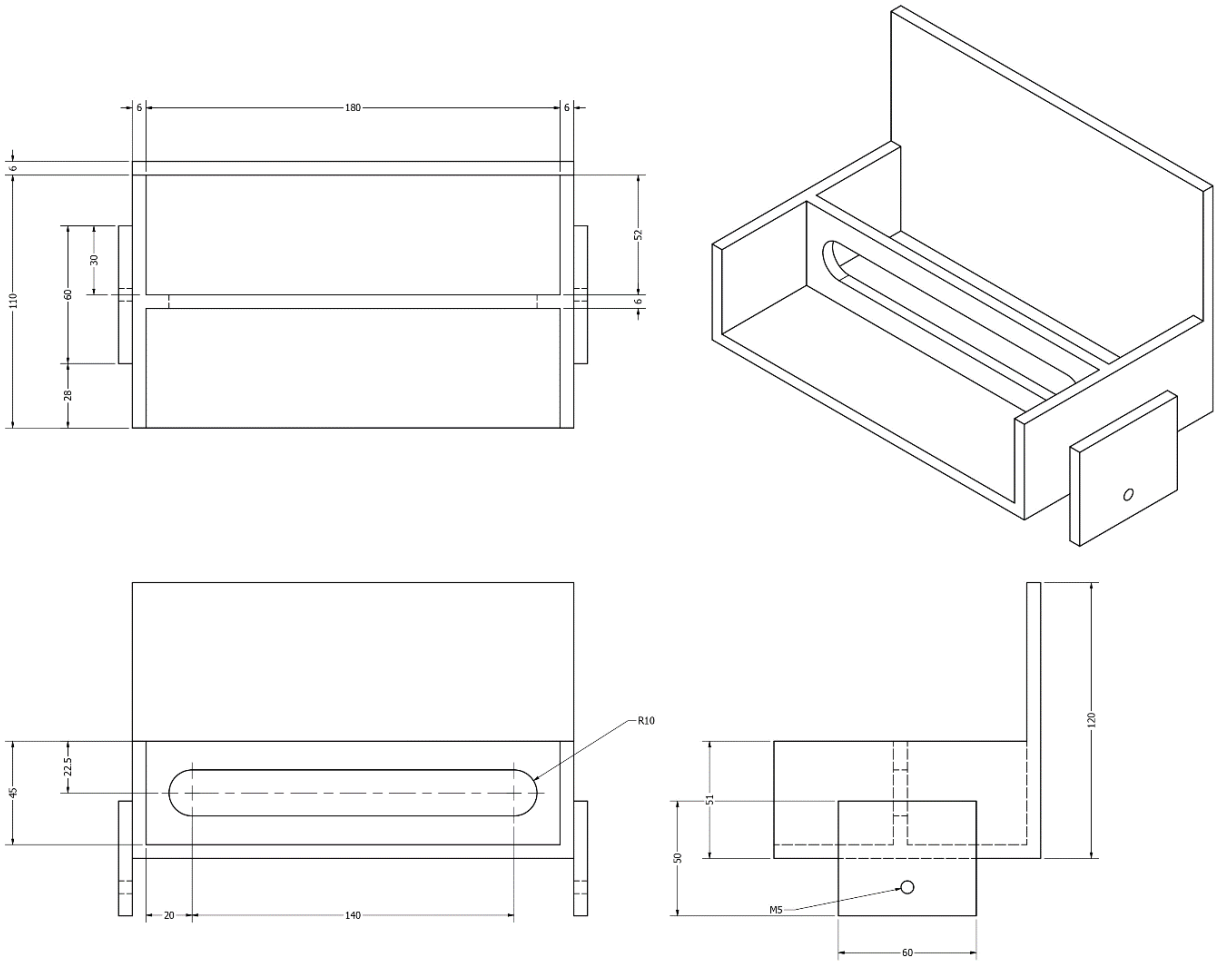
O suporte tem a função também de sustentar não só a balança, mas também a função de sustentar o dispositivo unidirecional, que permite a haste executar o movimento pendular.

O dispositivo pendular deve ter um ajuste lateral para que, mesmo que o suporte de fixação da balança não esteja exatamente ao centro do tanque, poderá ser corrigido o mesmo por via do ajuste no dispositivo.

As abas laterais de fixação ao tanque são ajustáveis, justamente para que seja possível fixá-las ao tanque com o ajuste por meio de um parafuso em cada aba, prendendo-se da melhor forma possível ao tanque.

Abaixo, segue detalhamento do dispositivo projetado:

Figura 22 - Croqui Suporte de fixação.



Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Suporte de fixação Confeccionado.



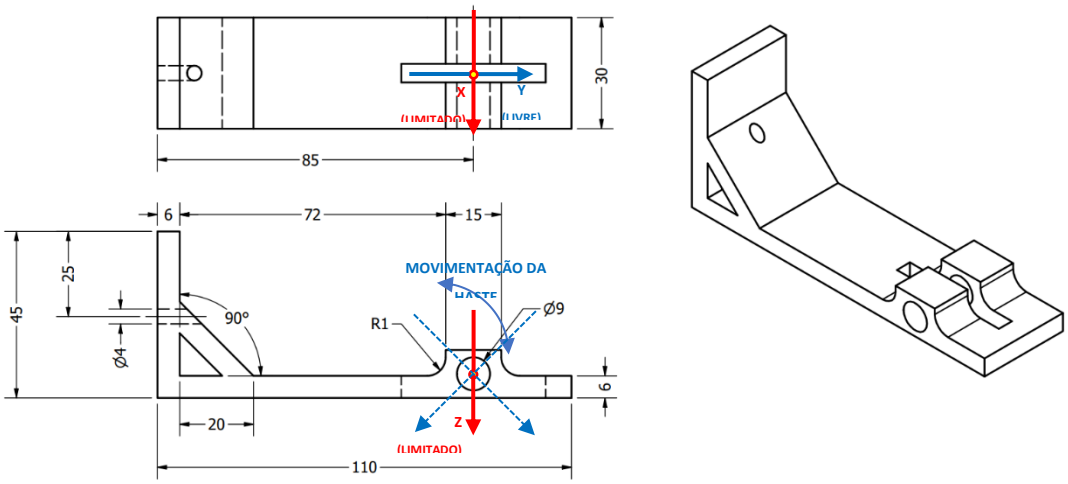
NOTAS: FORAM FEITOS MODIFICAÇÕES ESTRUTURAIS DE FORMA QUE NÃO FOSSE PREJUDICADA AS FUNÇÕES.

Fonte: Autoria própria.

3.1.6 Dispositivo pendular

O dispositivo pendular tem o objetivo sustentar a haste de forma que, deixe o movimento livre somente em uma direção, devendo não ser racionável. A haste não deve se movimentar nas direções X e Z, conforme descritas no detalhamento abaixo:

Figura 24 - Croqui dispositivo pendular.



Fonte: Autoria própria

Este dispositivo foi impresso em 3D, com o filamento em ABS, garantindo assim uma melhor resistência mecânica para que, no momento que a esfera estiver fixada, será possível o movimento oscilatório de vai e vem, gerado a partir da força da água em relação a esfera.

Figura 25 - Dispositivo confeccionado.



Fonte: Autoria própria.

3.2 Métodos

3.2.1 Método para o cálculo da velocidade superficial

O cálculo para encontrar a velocidade em um canal pode ser realizado usando a equação de Manning ou a equação de Chezy, dependendo das informações disponíveis e das características do canal. Aqui estão os dois métodos:

Segundo Baptista (2014), tem-se:

- Equação de Manning:

A equação de Manning é frequentemente usada para calcular a velocidade média em canais abertos. Ela é aplicável a canais com geometrias variáveis e leva em consideração o raio hidráulico, a declividade do canal e o coeficiente de rugosidade. A equação é a seguinte:

$$V = \frac{1}{n} . Rh^{\frac{2}{3}} . S^{\frac{1}{2}}$$

Onde:

- V é a velocidade média no canal.
- n é o coeficiente de rugosidade de Manning (uma constante que depende do tipo de revestimento do canal).
- R é o raio hidráulico (área da seção transversal dividida pelo perímetro molhado).
- S é a declividade do canal.

Você precisará de informações sobre a declividade do canal, o tipo de revestimento e o raio hidráulico para usar esta equação.

- Equação de Chezy:

A equação de Chezy é outra equação amplamente utilizada para calcular a velocidade média em canais abertos. Ela relaciona a velocidade média com a raiz quadrada da declividade do canal e um coeficiente de rugosidade conhecido como coeficiente de Chezy (C). A equação é a seguinte:

$$V = \mathrm{C} . (R\mathrm{h} . S)^{\frac{1}{2}}$$

Onde:

- V é a velocidade média no canal.

- C é o coeficiente de Chezy (uma constante que depende do tipo de revestimento do canal).
- R é o raio hidráulico.
- S é a declividade do canal.

Assim como na equação de Manning, você precisará de informações sobre a declividade do canal, o tipo de revestimento e o raio hidráulico para usar a equação de Chezy.

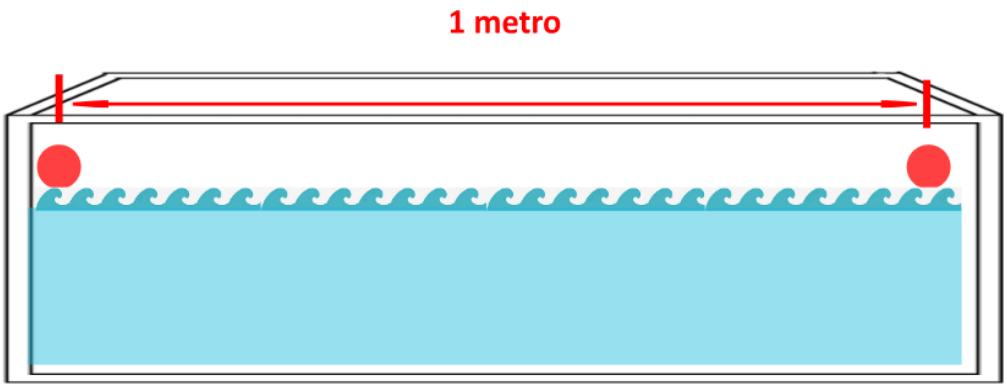
Ambas as equações acima, extraídas de bibliografias sobre engenharia civil e hidráulica mostram maneiras de se calcular a velocidade do fluido em um canal. Porém é importante salientar alguns parâmetros que foram adotados para que fosse possível realizar o experimento de maneira prática. A primeira e a mais importante que inviabiliza utilizar as equações acima é o fato de que o canal utilizado possui uma declividade igual a zero, já que o canal foi ajustado para ficar exatamente na posição horizontal. Com isto a velocidade no canal perante as duas equações apresentadas acima se tornaria zero, o que não é verdade, já que tem uma bomba, que impulsiona a água através de uma vazão.

Portanto para o cálculo da velocidade superficial do canal, será utilizada uma maneira simples e prática, denominada método da flutuação, este método sugere a liberação de corpos flutuante (madeira, boias, entre outros), na superfície desejada, dentro de um determinado espaço previamente determinado e medir o tempo que demora para tal objeto flutuante percorrer esta distância. O que será adotado para este trabalho, será o seguinte:

- Liberta-se uma bola de ping pong, da inércia no ponto inicial do canal, considera-se So = 0m, esta bola percorrerá uma distância de 1m (Sf = 1m), ou seja, o deslocamento será $\Delta s = 1m$;
- Com a ajuda de um cronômetro, marca-se o tempo de deslocamento. Este tempo nem sempre será igual, pois há variação no escoamento (o fluxo de água não é constante).
- Com o Δs e Δt em mãos, é possível calcular a velocidade, por meio da velocidade média do canal.

Abaixo, segue uma imagem que descreve o experimento:

Figura 26 - Experimento para Velocidade Superficial.



Fonte: Autoria própria.

3.2.2 Método para o Teste Prático

Para o teste teórico, já se sabe de todas as leis e parâmetros que regem o que se busca (coeficiente de arrasto e a força de arrasto na esfera em consequência de seu contato com o fluido que escorre no canal), porém partindo para a prática, será calculado a força de arrasto por parâmetros que envolvem leis primárias da física, essas serão as leis de Newton e cálculo de momento, como se poderá notar a partir da descrição do experimento que será realizado posteriormente.

A relação que será estudado será a força de arrasto causada na esfera a partir de um fluido. Essa força está ligada às forças Newtonianas, descobertas e estudadas primeiramente por Isaac Newton.

Newton sabia que um corpo permaneceria em repouso se nenhuma interferência o acometesse. Para o corpo se mover, algum impulso deveria ser realizado sobre ele. E se nada pudesse parar este objeto que estivesse sendo estudado (exemplo: um disco lançado sobre uma camada plana e sem atrito de gelo), sua velocidade seria sempre igual. Daqui é possível extrair a primeira lei de Newton, como afirma David Halliday (2016, p. 95):

1ª Lei de Newton: Se nenhuma força atua sobre o corpo, sua velocidade não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer aceleração.

Ou seja, se o objeto a ser estudado está parado, continuará em repouso, se está se movendo, continuará a se mover a mesma velocidade, até que uma força entre em ação.

Uma força em sua forma plena é dada por:

F = m.a; [kN]

Onde:

- m = massa do objeto [kg];
- a = aceleração aplicada sobre o objeto [m/s²].

Desta relação, é possível extrair a segunda lei de Newton:

2ª Lei de Newton: A força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração.

Pegando um gancho nas forças de Newton, ainda é importante salientar a respeito da Força de Atrito. Tal força está ligada diretamente a oposição ao movimento que o algum objeto executa ou então para fins práticos venha a executar. O princípio de não escorregamento do fluido na base do canal, está ligado a esta força, pois ela não permite que haja escorregamento do fluido sobre a superfície, pois o mesmo, não conseguiu ultrapassar o coeficiente de atrito (Há dois tipos de coeficientes de atrito, sendo o primeiro o coeficiente de atrito estático - responsável por não deixar os objetos se moverem a uma determinada força aplicada; e o coeficiente de atrito cinético - este responsável por fazer objetos em movimentos pararem).

Sabendo-se de que maneira uma força acontece, agora é preciso saber como essa força aplicada a esfera será utilizada no meio do experimento.

A partir dos equipamentos descritos previamente, tem-se que o experimento prático ocorrerá da seguinte maneira:

A esfera será posicionada a uma medida de 60% da profundidade total do canal, este por sua vez estará sem nenhum fluxo de água (fluido utilizado no experimento). Este posicionamento, será realizado por meio de uma haste. Tal haste possuirá duas extremidades, sendo a primeira, responsável por fixar e deixar a esfera em repouso no centro do canal (até que o fluido exerça uma força / impulso), sua outra extremidade permanecerá livre para movimento, isso pois será esta extremidade que tocará a balança, quando o fluido começar a passar pela esfera. Este contato com a balança irá gerar um resultado referente à massa-força [kgf], no visor da balança. Está haste será sustentada pelo suporte, de maneira que permita ela fazer um movimento rotacional. Tal massa-força, estará ligada a força de arrasto que a esfera sofre quando o fluido se encontra nas condições adotadas para o experimento teórico. As condições serão:

- Vazão da bomba em 100%;
- Canal nivelado, portanto, declividade = 0;

- Temperatura da água = 20ºC;

O que se pode perceber com isto é, a força que age na esfera, não será a mesma apresentada pelo visor da balança, isto pois deve-se considerar o momento de força.

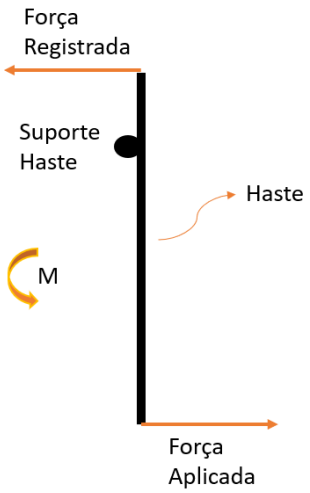
O momento de força, também chamado de torque, é o momento rotacional que uma força exerce sobre um objeto, causando assim uma rotação ou fazendo com que o objeto em estudo gire. A equação de torque é dada por:

M = F * d; [N.m]

Onde:

- F = Força aplicada (força do fluido sobre a esfera) [N];
- d = distância de aplicação desta força até o ponto que deseja ser estudado [m];

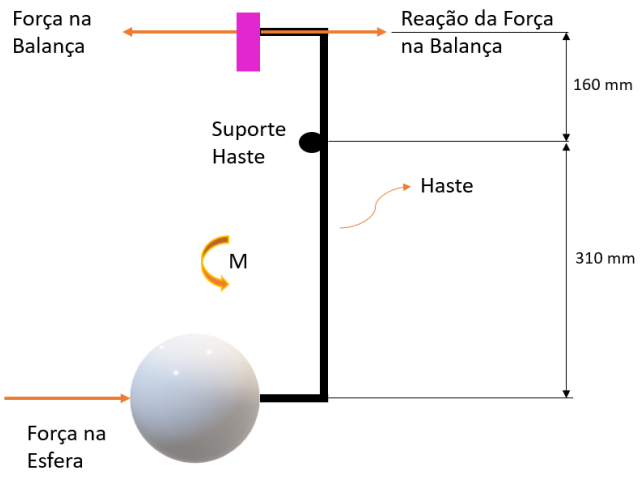
Figura 27 - Forças aplicadas a Haste.



Fonte: Autoria própria.

Porém este cálculo será baseado não única e exclusivamente neste fator. Isto porque ao realizar o experimento, será registrado apenas a força na balança. Mas para se encontrar a força realmente aplicada na esfera pelo fluido, deverá ser analisado a estrutura como sendo um somatório de momentos, basicamente como estudado em resistência dos materiais, onde no final, deve ser igualado a zero. Como pode-se ver na imagem a seguir:

Figura 28 - Diagrama de forças na haste.



Fonte: Autoria própria.

- O cálculo utilizado no desenvolvimento será:

$\sum Msuporte = 0$; (Giro Anti-horário)

-Fb.0,16 + Fe.0,31 = 0;

Fe = $\frac{0{,}16 \,.\, Fb}{0{,}31}$

  - Sendo:
    - Fb = Força na Balança;
    - Fe = Fd = Força na esfera, igual, força de arrasto;

Logo, percebe-se que a força de arrasto da esfera estará ligada intimamente as distâncias e a força que é registrada na balança.

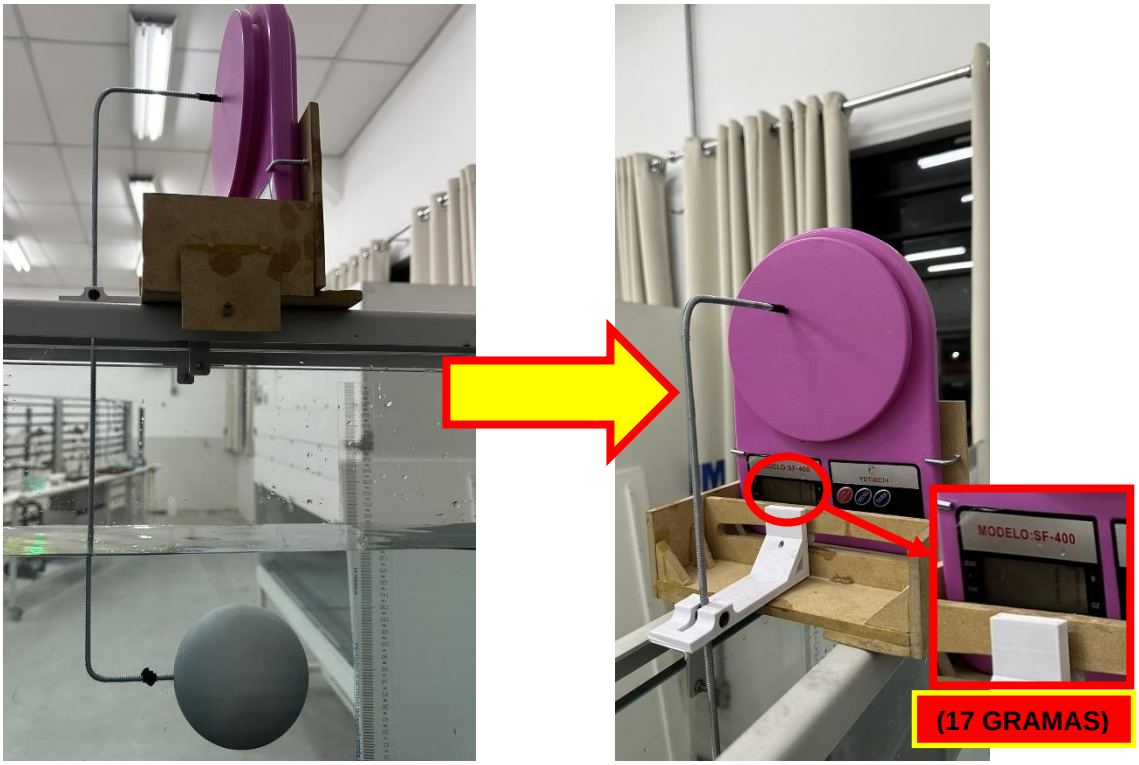
Obs.: A força aplicada a esfera, faz com que ela tende a girar no sentido anti-horário, em um livre movimento, logo, a força encontrada na balança é a reação da força que impede este giro de acontecer. Em si, a reação da força é a força com seu vetor a 180°. Caso não fosse utilizado o valor da reação, a força sairia com valor negativo, o que comprovaria que a força certa é no sentido contrário, sendo a de reação.

3.2.1.6 Método para o Cálculo de Empuxo

A esfera possui uma densidade menor que a água, logo, ela não afunda totalmente por si só. Na realização de experimentos, notou-se que esfera ficava com

10% de seu volume total, para fora da superfície da água. Logo, toda vez que esta esfera é afundada, ela gera um empuxo que tende a fazer com que a esfera emerja do fundo do canal. Colocando-se a esfera em posição, com o canal cheio, mas completamente em repouso, notou-se que esta esfera fazia uma força de aproximadamente 17gf na balança. Tal resultado deve ser anotado e desconsiderado das marcações do experimento, já que em si, não tem relação nenhum com a força gerada pelo escoamento da água, já que a água se encontrava parada.

Figura 29 - Experimento força de empuxo.

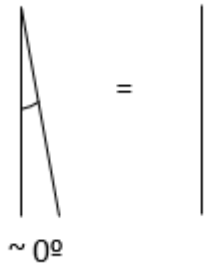


NOTAS: PARA EFETUAR O EXPERIMENTO, FOI FECHADO OS REGISTROS DE ENTRADA E SAÍDA DE ÁGUA, MANTENDO O SISTEMA EM REPOUSO.

Fonte: Autoria própria.

Vale a pena notar que o empuxo gera uma força na vertical, porém ao ser aplicada no experimento, ela gera uma força na horizontal (já que a haste possui um ângulo de 90º ao tocar a balança). Isto ocorre, pois a angulação que a haste sofre é praticamente zero tornando a força uma componente vetorial horizontal, como na imagem abaixo:

Figura 30 - Angulação da haste.



Fonte: Autoria própria.

Com base nisto, toda a força aplicada pelo empuxo será resultante na horizontal. Outro fator que ajuda a explicar este fato são os tamanhos das hastes que liga a esfera e a haste que toca a balança, ambas possuem mesmo comprimento.

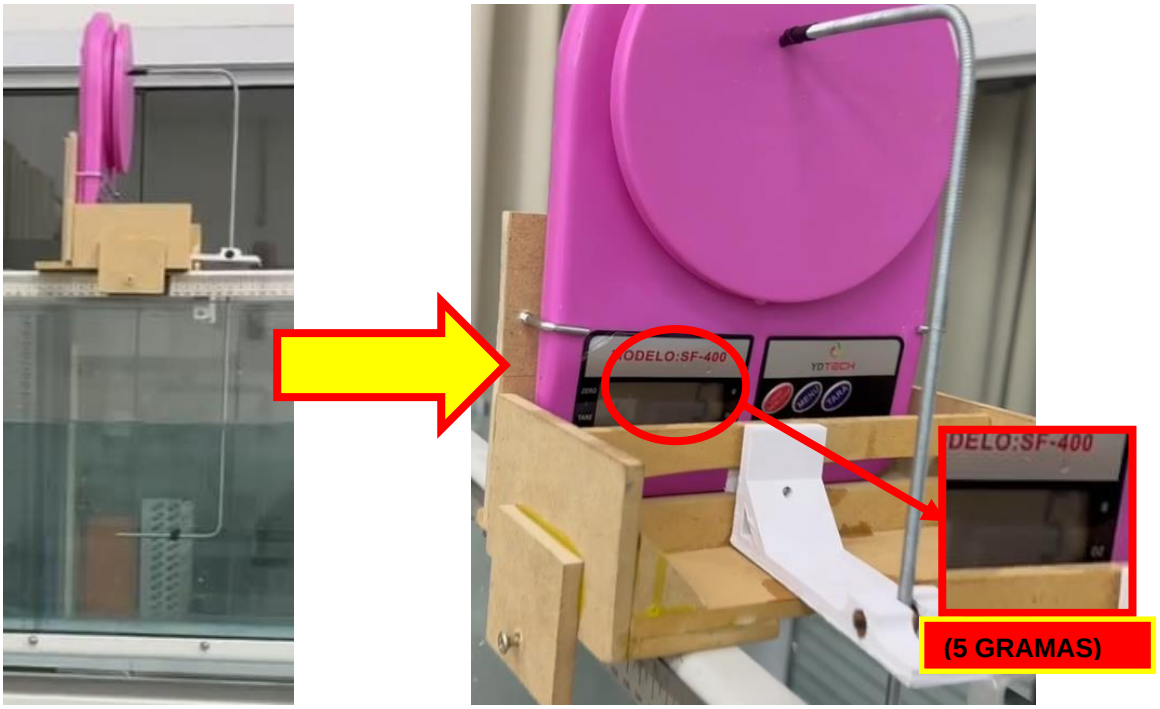
- Empuxo esfera = 17 = 0,017kgf = 0,16677N;

3.2.3 Método para o Cálculo do Arrasto na Haste

Este segundo ponto a ser considerado, faz referência ao arrasto causado na haste pelo escoamento do canal. Não se pode considerar tal anotação, pois em si também não tem relação com a força de arrasto em contato com a esfera, ou seja, seria mais um acréscimo ao valor registrado na balança, que não estaria ligado a esfera em si.

Para calcular este valor, foi desconectado a esfera da ponta da haste submersa, e colocada no canal com o posterior ligamento da bomba a 100% de potência. O valor registrado na balança, quando a haste estava sobre influência do escoamento do canal, ao logo dos testes realizados, foi de 5gf. Logo, este valor deve ser desconsiderado do valor final, que será obtido quando o experimento da esfera for realizado, assim como o empuxo da esfera.

Figura 31 - Experimento força da haste.



Fonte: Autoria própria.

Arrasto na haste = 5gf = 0,005kgf = 0,04905 N;

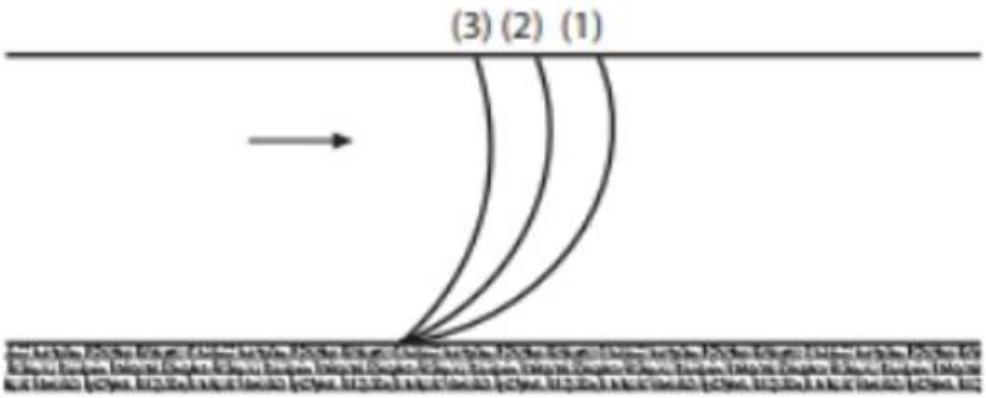
4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Desenvolvimentos matemáticos – Cálculos Teóricos

A velocidade do fluido que está em contato com o corpo esférico estudado, será exatamente a velocidade do meio do canal. Isso pois a esfera possui um diâmetro de 100mm e será posicionada exatamente a 60% de profundida do canal.

De maneira mecânica, pode-se utilizar o princípio da parábola. Este princípio diz que a velocidade máxima em um canal será igual a um terço abaixo da superfície da água, ou seja, sendo h a altura máxima do canal, tem-se que a velocidade máxima será 2/3h contando a partir do fundo do canal. Isto também pode ser comprovado, caso fosse deixado um barbante fixado em sua extremidade no fundo do canal e a outra extremidade fixada na altura limite do canal, de maneira a ter uma certa folga, percebe-se que forma uma parábola com seu pico máximo nesta posição.

Figura 32 - Esquema escoamento em canal.



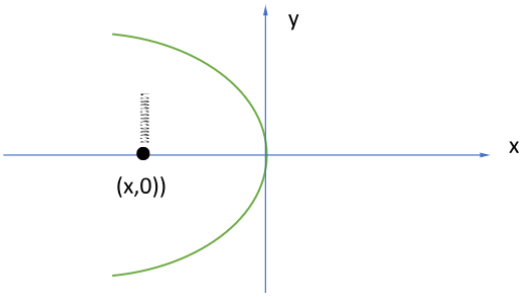
Fonte: Netto e Miguel (2015, p. 332)

O cálculo para se descobrir um ponto da parábola, ou seja, a velocidade que se deseja encontrar, será dada por:

Para a parábola, tem-se:

- Equação da parábola para Stewart e Watson (2021, Tabela 11-2):

Gráfico 1 - Equação da Parábola.



Fonte: Autoria própria.

$v(y) = ay^2+by+c;$

Precisa-se para o estudo do canal em questão, o desenvolvimento da equação acima, para que seja possível determinar os coeficientes “a”, “b” e “c”. Para isto será utilizado uma série de elementos de cálculos que serão descritos acima:

Considerando y = 0m, ou seja, a base do canal, neste ponto consideramos o princípio de não escorregamento, logo v(0) = 0;

$a.0^2 + b.0 + c = 0$

$\therefore$

$c = 0;$

Para y máximo, até onde a o canal possui uma região molhada (y = 200mm, ou seja, y=0,2m), teremos que v(ymáx.) = v(0,2) = Vs (velocidade anotada experimentalmente no laboratório da velocidade superficial do canal).

Sabe-se que a Vmáx do canal, será na posição de 1/3 da altura total na vertical. Neste ponto sabe-se que a derivada, terá sua tangente com o valor igual a zero, logo, aplica-se a seguinte equação:

$V(y) = a.y^2 + b.y$

Aplicando-se a derivada, igual a zero, pois é ponto de máximo e segundo Sodré (2020):

$$\frac{dv(y)}{dy} = 2.a.y + b = 0$$

Para velocidade máxima, y será igual a:

ym = 0,2.$\frac{2}{3}$ = 0,13333m;

Para esta altura, tem-se:

2.a.(0,13333) + b = 0

- 2.a.(0,13333) = b

b = - 0,26667.a (1)

Sabendo – se que V(y) = a.y² + b.y e tendo em mãos a equação 1 anterior, substitui, para a condição de Vmáx = V(y), para ser possível determinar as incógnitas “a” e “b”:

Vmáx = V(0,13333) = a.(0,13333)² + (-0,26667.a).(0,13333);

Vmáx = -0,01778.a;

a = $\frac{-Vmáx}{0,01778}$; (2)

Portanto, para descobrir-se b, substitui a equação 2 em 1, tendo assim:

b = - 0,26667.a;

b = - 0,26667. $\frac{-Vmáx}{0,01778}$;

b = 16,14335.Vmáx; (3)

Armando-se dos coeficientes, das equações 2 e 3, é possível substitui-los na equação geral da parábola, V(y) = a.y² + b.y, onde será possível encontrar a seguinte equação:

V(y) = $\frac{-Vmáx}{0,01778}$ .y² + 16,14335.Vmáx.y;

Pode-se perceber com esta equação, a primeira propriedade da parábola, onde a parábola na teoria do canal estudado deveria ter a parábola virada para a esquerda. Está equação, confirma esta situação, já que o coeficiente “a” da equação da parábola para o canal tem valor negativo.

- Coeficiente “a” com valor positivo – parábola com concavidade para cima ou direita (dependendo do eixo x e y);
- Coeficiente “a” com valor negativo – parábola com concavidade para baixo ou esquerda (dependendo do eixo x e y).

Porém, não é conhecido o valor de Vmáx, tornando-se assim, a nova incógnita da equação. Neste caso, é de valor conhecido a velocidade superficial do sistema, pois sabe-se que ela ocorrerá quando y possuir valor máximo, neste caso 0,2m. Dentro desta situação, teremos:

$V(y) = Vs = \frac{-Vmáx}{0,01778}$.(0,2)² + 16,14335.Vmáx.(0,2);

Vs = -2,24972.Vmáx + 3,22867.Vmáx;

Vs = 0,97895.Vmáx;

$Vmáx = \frac{Vs}{0,97895}$; (4)

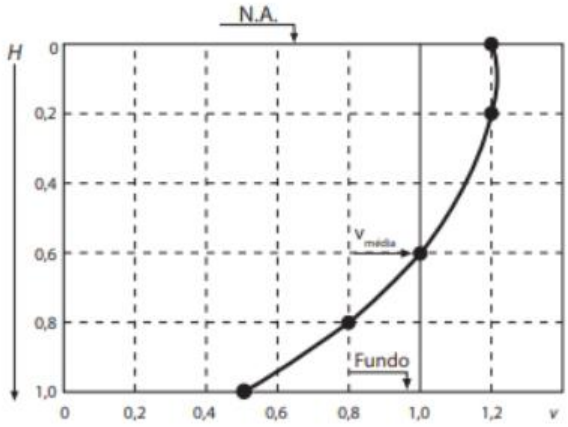
A última incógnita que restava no sistema, transforma-se em uma incógnita conhecida, onde suas medidas foram tomadas no laboratório, sendo assim, a equação da velocidade da parábola ao longo da vertical do canal, será dada por:

$V(y) = \frac{-Vs}{0,01741}$ .y² + 16,49047.Vs.y (5)

A equação 5, deste modo, permite que se calcule o valor de qualquer ponto da vertical do canal (0 ≤ y ≤ 0,2 m), usando-se como parâmetro, apenas a velocidade superficial do canal.

A esfera, posicionada em um lugar estratégico do canal, permite que seja utilizado a velocidade média ao longo de toda a curva da parábola. Segundo Netto e Miguel (2015, p. 332), a velocidade que mais se aproxima da velocidade média do canal é a que está presente a 60% da superfície do canal. O autor até disponibiliza um gráfico que permite notar o que ele busca expressar, a variação da velocidade com a profundidade do canal. O ponto que diverge do que está sendo adotado neste trabalho é que, na base do canal, ele não considera a velocidade sendo igual a zero, ou seja, ele considera que tenha escorregamento da água na base do canal, como podemos ver abaixo:

Gráfico 2 - Velocidade x Profundidade do canal.



Fonte: Netto e Miguel(2015, p. 332)

Posicionando a esfera nesta região (60% da altura máxima), precisa-se descobrir a velocidade média da região, que em si, é a mesma deste local.

Para calcular a velocidade média, integra-se a equação da parábola para descobrir-se a área sob a curva, onde tal área, representa exatamente a velocidade média da parábola deste trabalho.

Considerando-se uma vertical de profundidade y da seção transversal de um canal, pode-se calcular a velocidade média por:

$$Vm = \frac{1}{y}\int_0^y \left(\frac{-Vs}{0{,}01741}\,.\,y^2 + 16{,}49047.\,Vs.\,y\right).dy$$

$$Vm = \frac{1}{y}\,.\left(\left(\frac{-Vs}{0{,}01741}\,.\frac{y^3}{3}\right) + \left(16{,}49047.\,Vs.\frac{y^2}{2}\right)\right)$$

$$Vm = \left(\frac{-Vs.y^2}{0{,}05223}\right) + (8{,}24523.\,Vs.\,y)$$

Com está equação é possível calcular a velocidade média no canal. A partir desta velocidade encontrada, desenvolvera-se os restantes dos cálculos, até chegar ao ponto principal que se deseja com este trabalho, que é a força de arrasto da água na esfera.

Posteriormente ao cálculo da velocidade no meio do canal, será calculado Reynolds, o coeficiente de arrasto a partir do valor de Reynolds encontrado (quem ditará se será um escoamento laminar, transitório ou turbulento) e a força de arrasto. Foram registrados em laboratório por meio de testes práticos, 40 medições de

velocidade superficial, sendo 20 para 60% da potência total da bomba e as 20 outras para 100% da potência total.

Aqui é importante dizer o motivo de se ter sido feito o cálculo com duas vazões diferentes. Primeiramente acreditava-se ser possível deixar o canal o mais laminar possível (ou seja, livre de turbulências e ondulações). Visivelmente, este resultado era obtido quando se ligava a bomba na potência de 60% do total. Porém quando se foi colocado a esfera para fazer as medições práticas, juntamente com a balança, a força aplicada pela água era quase mínimo e não surgia diferenças nos registros da balança. Por isto, foi corrigido a potência da bomba para 100%. Já nesta potência, começou a ter uma variação maior no registro da balança. Por isto, para os cálculos teóricos, também foi registrado os valores de 100% da potência da bomba e, a partir de agora, todos os dados que forem registrados neste trabalho, serão referentes a esta potência da bomba.

Para o experimento teórico, então, calculando única e exclusivamente no laboratório o tempo em que a bolinha de ping-pong percorria o trajeto de um metro, tem-se os seguintes resultados:

- Velocidade superficial:
  - Calculada por:

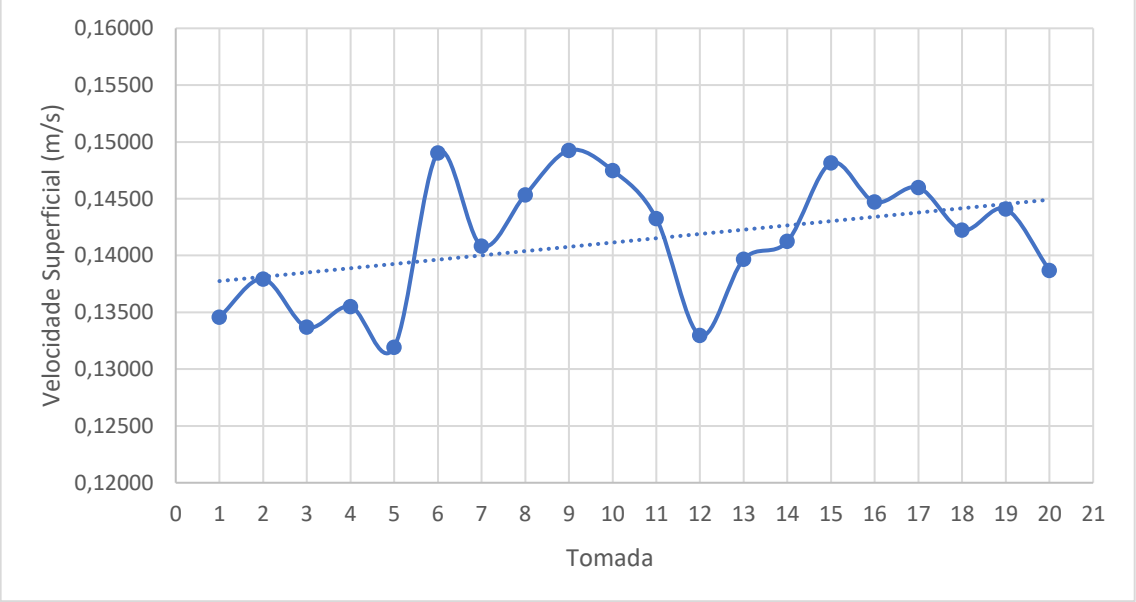
$Vs = \Delta s / \Delta t;$

Tabela 1 – Velocidade Superficial

Tomada	Tempo (s)	Espaço (m)	Velocidade Superfície (m/s)
1	7,43	1	0,13459
2	7,25	1	0,13793
3	7,48	1	0,13369
4	7,38	1	0,1355
5	7,58	1	0,13193
6	6,71	1	0,14903
7	7,1	1	0,14085
8	6,88	1	0,14535
9	6,7	1	0,14925
10	6,78	1	0,14749
11	6,98	1	0,14327
12	7,52	1	0,13298
13	7,16	1	0,13966
14	7,08	1	0,14124
15	6,75	1	0,14815
16	6,91	1	0,14472
17	6,85	1	0,14599
18	7,03	1	0,14225
19	6,94	1	0,14409
20	7,21	1	0,1387

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 3 - Velocidade Superficial



Fonte: Autoria própria.

Tabela 2 - Comparativo de Velocidades

Tomada	Velocidade superfície (m/s)	Velocidade Máxima (m/s)	Velocidade Média (m/s)
1	0,13459	0,13748	0,11887
2	0,13793	0,1409	0,12182
3	0,13369	0,13656	0,11808
4	0,1355	0,13841	0,11968
5	0,13193	0,13476	0,11652
6	0,14903	0,15224	0,13162
7	0,14085	0,14387	0,12439
8	0,14535	0,14847	0,12837
9	0,14925	0,15246	0,13182
10	0,14749	0,15066	0,13027
11	0,14327	0,14635	0,12653
12	0,13298	0,13584	0,11745
13	0,13966	0,14267	0,12335
14	0,14124	0,14428	0,12475
15	0,14815	0,15133	0,13084
16	0,14472	0,14783	0,12782
17	0,14599	0,14912	0,12893
18	0,14225	0,14531	0,12563
19	0,14409	0,14719	0,12726
20	0,1387	0,14168	0,1225

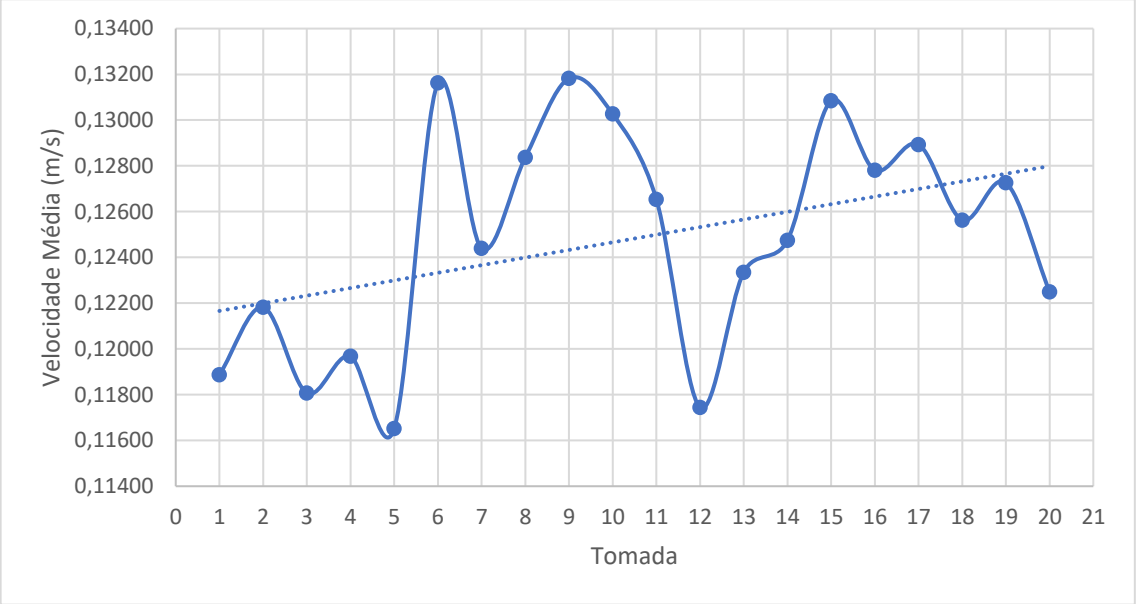
Fonte: Autoria própria.

- Velocidades Máximas e Médias do Canal:
  - Calculada por:

Vm = $\left(\frac{-Vs.y^2}{0{,}05223}\right) + (8{,}24523.\mathrm{Vs}.y)$;

Vmáx = $\frac{Vs}{0{,}97895}$;

Gráfico 4 - Velocidade a 60% de profundidade - Usada em Reynolds



Fonte: Autoria própria.

- Reynolds:
  - Adotando-se os seguintes parâmetros:
    - Temperatura da água = 20ºC;
    - Viscosidade da água = 0,001002 N.s/m²;
    - Peso específico da água = 1019,4 N.s²/m4;
    - Diâmetro da Esfera = 0,1m;

Obs.: utilizando-se a viscosidade e o peso específico da água, pois o volume da esfera está em torno de 21% do volume total do canal (local em que ela está situada).

- Calculado por:

$$Re = \frac{Vméd \,.\, \rho . d}{\mu}$$

Tabela 3 – Número de Reynolds por Tomada.

Tomada	Velocidade no meio[m/s]	Reynolds
1	0,11887	12093,4
2	0,12182	12393,7
3	0,11808	12012,6
4	0,11968	12175,3
5	0,11652	11854,1
6	0,13162	13391,1
7	0,12439	12655,5
8	0,12837	13060,2
9	0,13182	13411
10	0,13027	13252,8
11	0,12653	12873,1
12	0,11745	11948,7
13	0,12335	12549,4
14	0,12475	12691,2
15	0,13084	13311,7
16	0,12782	13003,5
17	0,12893	13117,4
18	0,12563	12781,5
19	0,12726	12947,3
20	0,1225	12462,4

Fonte: Autoria própria.

- O Reynolds médio será:
  - Re = 12699,28434 (+711,755; - 845,199) – Regime Turbulento para um canal;
- Coeficiente de Arrasto:
  - Trata-se de um regime turbulento. Pela teoria citada anteriormente, o coeficiente de Reynolds para situações de regime turbulento o coeficiente de arrasto seria constante. Para esfera este valor giraria em torno de Cd = 0,2;
  - Calculado por:

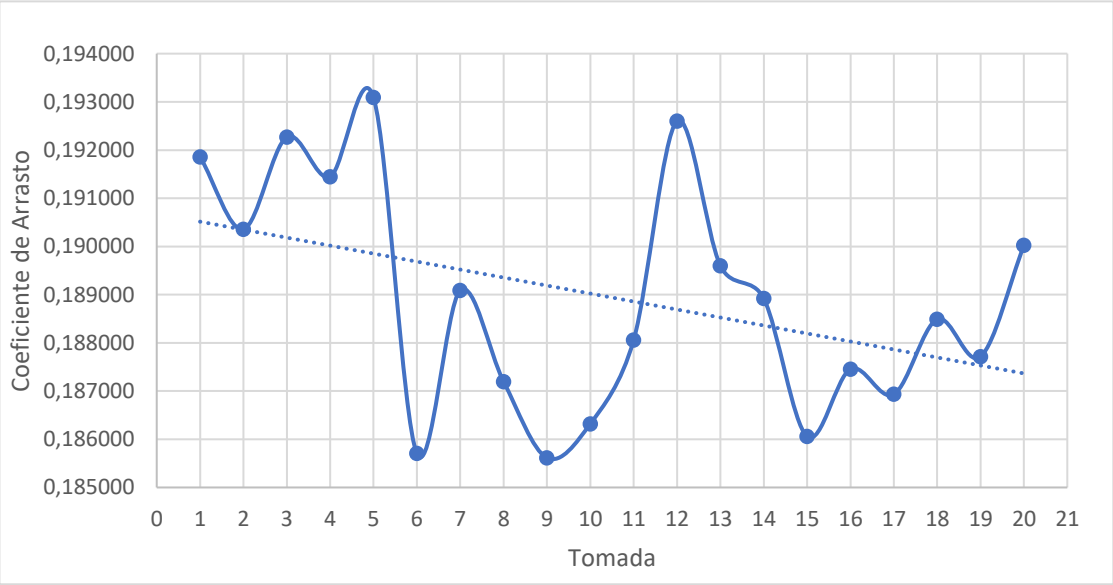
$$Cd = \frac{24.[1+0{,}15.Re^{0{,}687}]}{Re}]$$

Tabela 4 - Coeficiente de Arrasto por Tomada

Tomada	Reynolds	Coeficiente de Arrasto
1	12093,4	0,191858
2	12393,7	0,190358
3	12012,6	0,192271
4	12175,3	0,191444
5	11854,1	0,19309
6	13391,1	0,185704
7	12655,5	0,189089
8	13060,2	0,187195
9	13411	0,185615
10	13252,8	0,186321
11	12873,1	0,188061
12	11948,7	0,192599
13	12549,4	0,189599
14	12691,2	0,188919
15	13311,7	0,186057
16	13003,5	0,187456
17	13117,4	0,186934
18	12781,5	0,188491
19	12947,3	0,187716
20	12462,4	0,190022

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 5 - Coeficiente de Arrasto



Fonte: Autoria própria.

- Sendo neste caso:
  - Cd médio = 0,188940;
- Obs.: O que foi comentado anteriormente, baseado no livro do Yanus Çengel, condiz com o anotado neste experimento, o valor do coeficiente de arrasto tende a ser muito próximo de uma contante igual a 0,2.

- Força de Arrasto:
- Calculado por:

Fd = $\frac{Cd \,.\rho\,.Vm^2.\pi\,.d^2}{8}$;

- Equação proveniente da seguinte, decomposição:

$$Cd = \frac{2.Fd}{\rho V^2 A}$$

- Sendo:
  - Cd = Coeficiente de Arrasto;
  - Fd = Força de Arrasto [N];
  - U = Vm = Velocidade média [m/s];
  - ρ = Densidade do Fluido [kg/m³];
- Água = 998,207 kg/m³

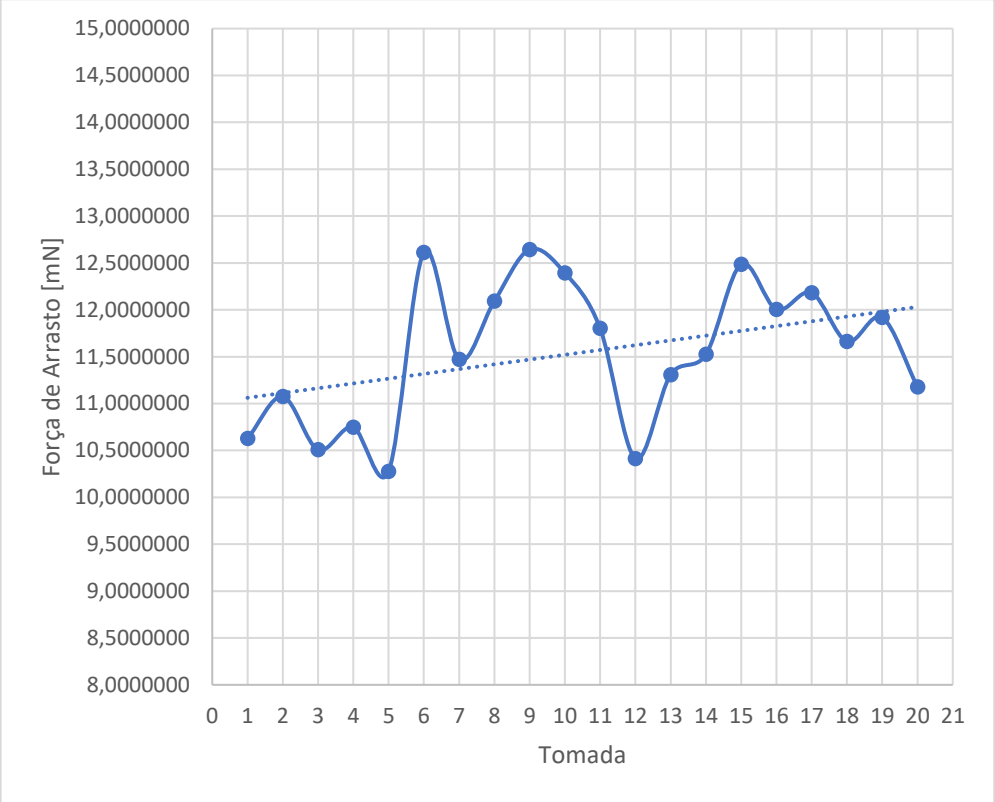
Portanto, os resultados da Força de Arrasto calculados de acordo com a teoria serão:

Tabela 5 - Força de Arrasto

Tomada	Coeficiente de Arrasto	Velocidade do Meio (m/s)	Força de Arrasto [N]	Força de Arrasto [mN]
1	0,191858	0,11887	0,010627	10,6268383
2	0,190358	0,121821	0,011074	11,0738064
3	0,192271	0,118075	0,010508	10,5077796
4	0,191444	0,119675	0,010748	10,7480661
5	0,19309	0,116517	0,010276	10,2759589
6	0,185704	0,131625	0,012612	12,6118094
7	0,189089	0,124395	0,01147	11,46968
8	0,187195	0,128372	0,012093	12,092588
9	0,185615	0,131821	0,012643	12,6434561
10	0,186321	0,130266	0,012394	12,3937801
11	0,188061	0,126533	0,011803	11,8029163
12	0,192599	0,117447	0,010414	10,4140586
13	0,189599	0,123352	0,011309	11,3086593
14	0,188919	0,124746	0,011524	11,5241685
15	0,186057	0,130845	0,012486	12,4864785
16	0,187456	0,127815	0,012005	12,0045048
17	0,186934	0,128935	0,012182	12,1817078
18	0,188491	0,125633	0,011662	11,6622126
19	0,187716	0,127263	0,011917	11,9174416
20	0,190022	0,122497	0,011177	11,1772146

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 6 - Força de arrasto



Fonte: Autoria própria.

A força de arrasto portanto, em sua média e medida em mN, será:

- Fd = 11,54616 mN (+1,0973; - 1,2702);

Aqui tem-se o encerramento da parte teórica, onde foi obtido os valores através de equações matemáticas, que por sua vez ligavam a velocidade de um canal até a força de arrasto que ela provoca em uma esfera. A partir de agora, será tratado a segunda parte importante deste projeto, que é a parte experimental no laboratório e no canal, onde a partir de elementos da física Newtoniana chegaremos a valores da força de arrasto, sendo assim possível comparar se as respostas teóricas se aproximam das resoluções práticas, ou então se elas divergem e qual será este grau de divergência.

4.2 Desenvolvimentos matemáticos – Cálculos Práticos

1. Com o canal desligado, fixa-se o equipamento de medição no canal (suporte balança);

2. No suporte da balança conecta-se a haste, com a esfera acoplada na sua extremidade inferior, onde a mesma, entrará em contato com o canal;

3. Liga-se a bomba a 100% de sua potência total e o canal começa a encher;

4. Com o canal completamente cheio, afasta-se a haste da balança e liga a mesma. Neste momento seu registro será zero, devido a não ter nenhuma força em contado com ela;

5. Encosta-se levemente a haste de volta na balança e começa-se a registrar os dados nela apresentados.

Obs.: Neste momento de registro de dados, tem-se algumas flutuações. Estas flutuações ocorrem, pois, a bomba, mesmo em potência máxima, ainda gera algumas flutuações, deixando assim o sistema irregular. Este mesmo problema afeta a velocidade superficial da água e pode ser dito um dos principais motivos de ter uma grande variação de irregularidade nas medidas registradas.

Portanto, dos registros dos experimentos práticos, tem-se:

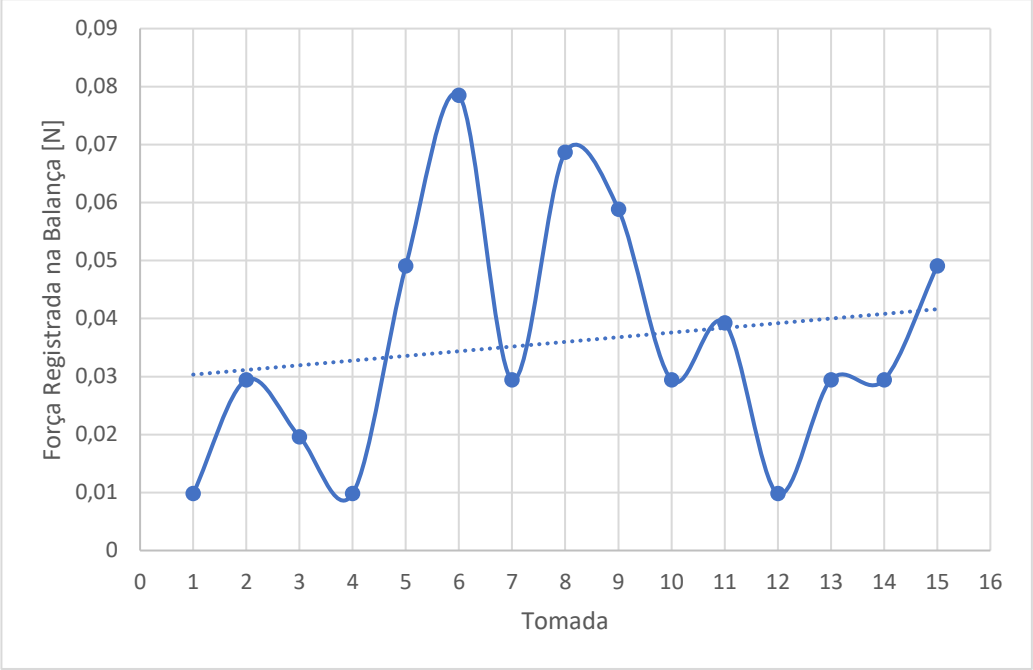
- Força registrada na balança [N]:

Tabela 6 - Valores Balança

Tomada	Medição Balança [gf]	Medição Balança [kgf]	Força Balança [N]
1	23	0,023	0,00981
2	25	0,025	0,02943
3	24	0,024	0,01962
4	23	0,023	0,00981
5	27	0,027	0,04905
6	30	0,03	0,07848
7	25	0,025	0,02943
8	29	0,029	0,06867
9	28	0,028	0,05886
10	25	0,025	0,02943
11	26	0,026	0,03924
12	23	0,023	0,00981
13	25	0,025	0,02943
14	25	0,025	0,02943
15	27	0,027	0,04905

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 7 - Força Balança [N]



Fonte: Autoria própria.

- Força de Arrasto calculada via momento [mN]:
  - Realizado o cálculo por:

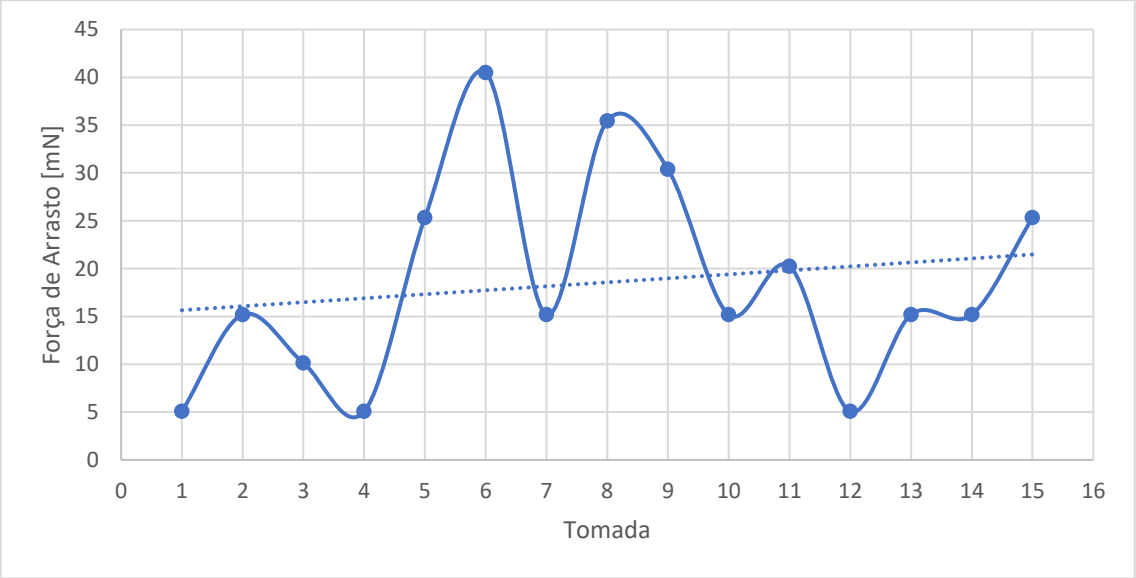
Fe = $\frac{0{,}16\ .\ Fb}{0{,}31}$;

Tabela 7 - Força de Arrasto

Tomada	Força Balança [N]	Força de Arrasto [N]	Força de Arrasto [mN]
1	0,00981	0,00506323	5,06322581
2	0,02943	0,01518968	15,1896774
3	0,01962	0,01012645	10,1264516
4	0,00981	0,00506323	5,06322581
5	0,04905	0,02531613	25,316129
6	0,07848	0,04050581	40,5058065
7	0,02943	0,01518968	15,1896774
8	0,06867	0,03544258	35,4425807
9	0,05886	0,03037936	30,3793548
10	0,02943	0,01518968	15,1896774
11	0,03924	0,0202529	20,2529032
12	0,00981	0,00506323	5,06322581
13	0,02943	0,01518968	15,1896774
14	0,02943	0,01518968	15,1896774
15	0,04905	0,02531613	25,316129

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 8 - Força de Arrasto [mN]



Fonte: Autoria própria.

A força de arrasto portanto, em sua média e medida em mN, será:

- Fd = 18,5652 mN (+21,9406; - 13,5019)

Aqui tem-se o encerramento da parte prática, onde obtivemos os valores através de experimentos práticos e leis newtonianas, que por sua vez ligavam a massa e variação de momento em um canal até a força de arrasto que ela provoca em uma esfera.

5 CONCLUSÃO

Seguindo o objetivo prioritário deste trabalho, buscava-se compreender e analisar tanto teoricamente, quanto experimentalmente, formas de se calcular a força de arrasto em um corpo esférico através de um canal que nos fornece um escoamento turbulento. Tais análises devem ser comparadas, a fim de se encontrar uma igualdade, semelhança ou até mesmo divergência entre os valores obtidos.

Neste estudo foram utilizados os dados de 40 registros de velocidade superficial (sendo 20 utilizáveis), além de 15 anotações sobre a massa-força provocada pelo escoamento em relação a esfera.

Foram gerados, através de equações teóricas do coeficiente de arrasto, mais relações Newtonianas e de momentos, dois resultados prioritários, que é a força de arrasto. Este resultado, é importante, pois será quem dirá se a teoria se assemelha ou se diverge aos resultados práticos (reais).

Tabela 8 – Comparativo Teórico e Prático para força de arrasto.

Tomada	Força de Arrasto - Teórico [mN]	Força de Arrasto - Prática [mN]
1	10,62684	5,06323
2	11,07381	15,18968
3	10,50778	10,12645
4	10,74807	5,06323
5	10,27596	25,31613
6	12,61181	40,50581
7	11,46968	15,18968
8	12,09259	35,44258
9	12,64346	30,37935
10	12,39378	15,18968
11	11,80292	20,2529
12	10,41406	5,06323
13	11,30866	15,18968
14	11,52417	15,18968
15	12,48648	25,31613
16	12,0045	-
17	12,18171	-
18	11,66221	-
19	11,91744	-
20	11,17721	-
Média	11,54616	18,56516

Fonte: Autoria própria.

Dentre as médias apresentadas, temos uma margem de divergência entre teórico e prático de 62%, ou seja, a força de arrasto encontrada via testes práticos no laboratório se mostrou 1,62 vezes maior que as encontradas pela teoria.

Essa diferença se deve em sua maioria, pelas flutuações e inconstâncias geradas pela bomba, uma vez que as velocidades encontradas apresentaram uma grande dispersão, o que prejudicou encontrar o parâmetro linear e regular dos resultados, ou seja a precisão. Isso vale para os testes práticos realizados com a esfera no canal, onde essas flutuações também prejudicaram a precisão das anotações na balança. Soma-se a isto, o fato de o experimento ter sido feito todo em forma didática, sem a utilização de equipamentos específicos para o cálculo da velocidade e força no canal, mas buscando adotar os métodos práticos que podem

ser reproduzidos em qualquer situação do dia a dia que se deseja fazer este estudo, seja em um canal, rio, ou outro lugar onde se tenha um escoamento aberto e constante de água.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, M. B.; COELHO, M. M. L. P. **Fundamentos de Engenharia Hidráulica**. 3a edição. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2014

NETTO, José Martiniano de A.; FERNÁNDEZ, Miguel Fernández Y. **Manual de hidráulica**. São Paulo: Editora Blucher, 2015.

ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, John M. **Mecânica dos fluidos**. São Paulo: Grupo A, 2015.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física - Vol. 1 - Mecânica**, 10ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2016.

ELGER, Donald F. **Mecânica dos Fluidos para Engenharia**, 11ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2019.

EGER. Oswaldo; **Engenhar é desafiador e apaixonante**. In: SlidePlayer. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/17153614/>. Acesso em: 4 nov. 2023.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SUL-RIO-GRANDENSE. **Hidrologia - Unidade K - Medição de Vazão**. In:TICS.IFSUL.EDU. Rio Grande do Sul, 2011. Disponível em: <http://tics.ifsul.edu.br/matriz/conteudo/disciplinas/hidr/uk/>. Acesso em: 4 nov. 2023.

AHMADI, Goodarz**; Drag Force.** In: Clarkson University. New York, 2005. Disponível em: < https://webspace.clarkson.edu/projects/crcd/public_html/me637/notes/aerosols/aerosols_page4.html >. Acesso em: 4 nov. 2023.

LABTRIX. **Descrição do Canal Aberto XL06**. In: LABTRIX. São Paulo, 2016. Disponível em: < https://labtrix.com.br/xl06-2/>. Acesso em: 4 nov. 2023.

STEWART, James; CLEGG, Daniel; WATSON, Saleem. **Cálculo Volume I. 6ª ed.** São Paulo: Cengage Learning Brasil; 2021.

SODRÉ, Ulysses. **Matemática Essencial: Cálculo: Máximos e mínimos: Teste da primeira derivada.** In: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. Paraná, 2020. Disponível em: <https://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/calculo/maxmin/mm02.htm>. Acesso em: 4 nov. 2023.